

Universidade de Lisboa  
Faculdade de Ciências  
Departamento de Matemática



Instituto Universitário de Lisboa  
ISCTE - Business School  
Departamento de Finanças



**BREVE ENSAIO SOBRE A COINTEGRAÇÃO DOS MERCADOS FINANCEIROS  
EUROPEUS: CASO DE PORTUGAL, ESPANHA, FRANÇA E ALEMANHA**

Joana Pinho Sousa

**Mestrado em Matemática Financeira**

Versão Final

Dissertação orientada por

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Doutora Diana Mendes, Prof. Associada, ISCTE Business School,  
Departamento de Métodos Quantitativos para Gestão e Economia

Coorientador: Prof. Doutor Nuno Ferreira, Prof. Auxiliar, ISCTE Business School,  
Departamento de Métodos Quantitativos para Gestão e Economia

2017



## Agradecimentos

Diante do saboroso caminho e das dificuldades encontradas, restam-me os sinceros agradecimentos pela colaboração prestada, o empenho e dedicação dos meus orientadores, Prof. Diana Aldea Mendes e Prof. Nuno Ferreira, que se mostraram sempre disponíveis e atentos, que me transmitiram o gosto e conhecimento sobre o tema e me encorajaram a trabalhar mais e melhor.

À minha mãe, Carla Pinho, pelo esforço, pelo incentivo e pelo apoio incondicional. À minha avó, Isaura, pelos abraços que me fortalecem. E ao meu namorado, João, pelo amor.

## Resumo

O presente trabalho tem como principal objetivo apresentar uma análise empírica que caracteriza a cointegração dos mercados financeiros de quatro países europeus desde 1999 a 2017, com foco nas divergências causadas pela crise de 2008. Para este propósito são analisadas quatro séries que representam os preços de fecho dos índices bolsistas de Portugal (PSI 20), Espanha (IBEX 35), França (CAC 40) e Alemanha (DAX 30), em quatro períodos diferentes, entre 1999 e 2017.

O estudo em questão tem início com análise da estacionaridade e da significância das séries consideradas, seguida da implementação dos modelos VAR (*Vector Auto Regressive*) e VEC (*Vector Error Correction*). Para o modelo estimado mais adequado, procede-se à análise da IRF (*Impulse Response Function*) de forma a avaliar o efeito de um impulso (ou choque) em qualquer um dos índices bolsistas provoca nos restantes.

O principal interesse na utilização dos modelos referidos reside na possibilidade de estudar a dinâmica dos índices bolsistas a longo-prazo e mensurar a reação das variáveis aos choques imprevistos.

**Palavras-chave:** Índices Bolsistas; Cointegração; VAR; VEC; IRF.

# Abstract

The main objective of this dissertation is to present an empirical analysis that brings together the financial markets of four european countries from 1999 to 2017, focusing on the divergences caused by the 2008 crisis. For this purpose, four series representing prices of the stock indices of Portugal (PSI 20), Spain (IBEX 35), France (CAC 40) and Germany (DAX 30), in four different periods between 1999 and 2017, were considered.

The study in question begins with the analysis of the stationarity and the significance of the considered series, and it is followed by the implementation of the VAR (Vector Auto Regressive) and VEC (Vector Error Correction) models. For the most appropriate estimated model, the IRF (Impulse Response Function) is analyzed in order to evaluate the effect of an impulse (or shock) on any one of the stock indexes.

The main interest in the use of trading models is the possibility of studying the dynamics of stock indexes in the long term and measuring a reaction of the variables to unforeseen choices.

**Keywords:** Stock Indexes; Cointegration; VAR; VEC; IRF.

# Índice

Introdução.....	V
1. Os Índices Bolsistas e a Globalização da Economia Europeia.....	7
2. Conceitos e Modelos Econométricos .....	10
2.1. Testes de Raiz Unitária.....	12
2.1.1. Teste Dickey-Fuller (DF) .....	12
2.1.2. Teste Augmented Dickey-Fuller (ADF).....	13
2.1.3. Teste Phillips-Perron (PP) .....	13
2.1.4. Teste KPSS.....	14
2.2. Modelos VAR, VEC e Cointegração.....	16
2.2.1. Modelo VAR .....	19
2.2.2. Modelo VEC.....	24
3. Dados e Análise Empírica .....	28
3.1. VAR das quatro séries no período de crise .....	35
3.2. VAR das quatro séries no período pós-crise .....	40
3.3. VAR das quatro séries no período total.....	46
3.4. VEC das quatro séries no período pré-crise .....	51
Conclusões Finais.....	53
Referências Bibliográficas .....	55

## Introdução

Vivemos numa época de crescente mudança, quer social, quer económica. Estas permanentes alterações determinam a adoção de mecanismos de adaptação como forma de sobrevivência. O mundo mudou mais nos últimos vinte anos do que nos primeiros setenta anos do século XX. Assiste-se a uma progressiva evolução técnica e económica que se revela tanto no mundo empresarial (na mecanização, na robótica dos processos produtivos, na informática), como no estilo de vida quotidiano.

A inovação financeira surge, em processo contínuo, como consequência das transformações que o mundo dos negócios sofreu, sobretudo na criação de novos produtos financeiros destinados à cobertura dos riscos empresariais.

Em 2008 o mercado financeiro viveu um momento conturbado e o que era uma possibilidade de crise, tornou-se um facto. Causas que contribuíram para a crise global de 2008 são atribuídas a fatores macroeconómicos como a ampla liquidez e as taxas de juros baixas, a má gestão de riscos por empresas, falhas nos procedimentos de classificação de agências de notação de crédito, esquemas de remuneração que geravam incentivos inapropriados e falta de coordenação global entre instituições. Geralmente, grandes desastres financeiros ocorrem pela falha de monitoramento adequado das operações financeiras. Com a crise do Subprime entre 2008 e 2009, e o impacto que esta crise teve na maioria das economias desenvolvidas, a gestão de risco ganhou força nas instituições financeiras.

A globalização das economias, a desregulamentação dos mercados financeiros, a instabilidade na cotação do dólar e o crescimento das trocas externas contribuíram para uma maior procura de divisas e um aumento das transações no mercado de câmbios. Consequentemente, as empresas viram-se obrigadas a proceder a uma cuidada gestão do risco de variação das taxas de câmbio, o que impulsionou o aparecimento e utilização de novos instrumentos financeiros específicos para o efeito.

A crescente globalização dos mercados nacionais e internacionais das economias expõe as empresas a ambientes de grande competitividade, o que conduz a uma redução nos custos de transação dos instrumentos financeiros, favorecendo o seu desenvolvimento.

O mundo é muito mais interligado hoje do que o foi algum dia e as ligações entre países e mercados são cada vez mais fortes. O conceito de globalização domina o mundo, a cada instante. Esta ideia revela-se através da facilidade que existe em comunicar com alguém que está num país distante, pela aquisição de conhecimento quase instantâneo sobre o que se passa em qualquer parte do mundo, pela disponibilidade de bens e serviços à distância de um clique.

A ideia de globalização ultrapassa o conceito de uniformização dos mercados. A globalização está relacionada com as ligações e interdependências dos mercados fortemente relacionados, independentemente da magnitude dessa relação. Quer isto dizer que existe um problema conjunto de evolução temporal de longo prazo da média e da dispersão de variáveis que se movimentam conjuntamente.

A introdução de novos modelos estatísticos com diferentes propriedades e a divulgação de estudos que utilizam tais modelos cresceu exponencialmente. Sims [(1972), (1980a) e (1980b)] publicou artigos que se salientam entre aqueles que contribuíram para o surgimento e desenvolvimento do modelo vetorial autoregressivo (VAR – *Vector Auto-Regressive*).

Já Bernanke e Blinder (1992) desenvolveram métodos que pretendiam identificar e quantificar os efeitos de alterações nas políticas monetárias através do modelo VAR. Estes métodos permitiram identificar choques nas variáveis macroeconómicas provocadas pelas políticas monetárias.

O modelo VAR trata as relações lineares existentes entre as variáveis endógenas e os valores que estas passam, sem impor restrições quanto à sua independência e dependência, permitindo ainda a inclusão de variáveis exógenas ao modelo. É um modelo mais flexível que os modelos univariados, permite testar a direção de causalidade determinando previsões de melhor qualidade do que nos modelos tradicionais.

De modo a colmatar os inconvenientes dos modelos VAR, em particular quando as séries são não-estacionárias, surge em 1987 por Engle e Granger (*Cointegration and error correction: representation, estimation and testing*) o modelo VEC (*Vector Error Correction*), que dá especial atenção às relações de longo prazo.

Cheung e Ng (1998) conseguiram identificar uma relação de longo prazo entre algumas variáveis económicas através da aplicação do conceito de cointegração com o recurso à metodologia de Johansen (1988 e 1991) e estimação de um modelo de mecanismo corrector do erro.

É de notar que o processo VAR é um dos modelos mais poderosos relativamente à Função de Resposta ao Impulso (IRF – *Impulse Response Function*), funções que aplicam choques exógenos às variáveis.

Em concordância com a literatura científica e a abordagem econométrica utilizada, pretende-se, com esta tese, identificar as relações de longo prazo (cointegração) e as dinâmicas de curto prazo (função impulso resposta) dos índices bolsistas PSI 20, DAX 30, CAC 40 e IBEX 35, representados pelas correspondentes cotações dos preços, através da utilização dos modelos VAR e VEC. O estudo implementado e os resultados obtidos oferecem uma análise razoável do desenvolvimento dos quatro índices bolsistas em estudo antes, durante e depois da crise de 2008, tendo em conta as variáveis utilizadas e as observações disponíveis.

No que diz respeito à organização dos capítulos, esta dissertação apresenta de seguida o Capítulo 1, onde são definidos conceitos e factos económicos e financeiros. No segundo capítulo, são desenvolvidos e testados os modelos VAR e VEC, bem como o que os distingue. Finalmente, o tratamento dos dados está descrito no terceiro capítulo e a tese é finalizada com apresentação das conclusões.



# 1. Os Índices Bolsistas e a Globalização da Economia Europeia

No presente capítulo são apresentados conceitos pertinentes para uma abordagem à economia europeia com vista na sua globalização e em acontecimentos financeiros críticos.

O conceito de índice bolsista corresponde a uma média de preços de ações selecionadas que pertencem a um conjunto de ações de diversas indústrias, setores ou economias. O desempenho deste conjunto de ações é um bom indicativo das variações do mercado global em que se inserem. Os índices bolsistas são uma referência útil na avaliação do sucesso de fundos e carteiras de investimento, por exemplo, porque permitem que os investidores façam um estudo das alterações de valor de mercado de ações generalizado. De acordo com o método utilizado para determinar o seu preço, os índices podem ser classificados em três tipos. Podem ser índices de preço ponderado onde o preço de cada ação é o único fator que determina o seu valor, índices de capitalização ponderada onde o preço de cada ação é ponderado com base na sua capitalização em mercado (por exemplo, o índice FTSE 100 é um índice de capitalização) e índices compósitos onde índices, títulos ou outras variáveis são agrupados e normalizados de forma a ser possível avaliar estatisticamente o desempenho de um mercado ao longo do tempo (o compósito do NASDAQ é um exemplo de um índice compósito).

Os mercados financeiros atuais são redes que garantem uma negociação eficiente entre as instituições financeiras e os investidores. Existem diversos tipos de mercados, que dependem das condições em que são comercializados os produtos financeiros. O mercado primário – que pode corresponder de alguma forma à introdução de títulos da bolsa de uma empresa e os títulos podem ser de diferentes tipos: assinatura de uma introdução na bolsa (cotação), aumentos de capital (ações) ou de emissões obrigacionistas (títulos de dívidas) –, o mercado secundário – que pode ser considerado como um mercado de ocasião, transmissor direto onde se faz a revenda de produtos como ações, obrigações (títulos) e produtos do mercado monetário – e o mercado de câmbio – que é também chamado de *Forex* (contração de *Foreign Exchange*), onde se encontra quem quer comprar ou vender uma moeda – são três tipos diferentes de mercados financeiros.

A bolsa de valores é um centro financeiro onde são trocados valores, pode ser um lugar físico ou virtual, onde a oferta e a procura se encontram e é dividida em vários mercados. Apenas são cotadas na bolsa as maiores e mais atraentes ações de sociedades. No mercado da bolsa de valores encontram-se investidores e entidades económicas que necessitam de financiamento.

A Euronext foi o primeiro mercado de bolsa pan-europeu e um dos maiores mercados bolsistas mundiais. Constitui a segunda maior bolsa da Europa. A Bolsa de Londres (London Stock Exchange), do Reino Unido, é a maior. Criada, em 2000, pela fusão das Bolsas de Paris, Bruxelas, Amesterdão e Lisboa, mais tarde o mercado de derivados londrino e em 2002 a Bolsa de Valores de Lisboa e Porto.

O principal índice de referência do mercado de capitais português é o PSI-20 (Portuguese Stock Index). As ações das maiores empresas cotadas na bolsa de valores de Lisboa compõem este índice que, consequentemente, reflete a variação dos preços dessas mesmas ações de maior liquidez entre as negociadas no mercado português. A bolsa de valores de Lisboa ou Euronext Lisboa, que pertence ao grupo Euronext, era anteriormente conhecida como bolsa de valores de Lisboa e Porto.

IBEX 35 é o índice bolsista de referência para o mercado de ações espanhol, elaborado pelo Grupo Bolsas y Mercados Españoles (BME) que é o operador de todos os mercados de valores e sistemas financeiros de Espanha. Este índice é composto pelos 35 títulos de maior liquidez negociados no mercado de ações espanhol.

CAC 40 (Cotation Assistée en Continu) é um índice bolsista composto pelas ações das quarenta maiores empresas cotadas na bolsa de valores francesa, a Euronext Paris, anteriormente conhecida como bolsa de Paris (Paris Bourse).

A bolsa de valores de Frankfurt (Frankfurter Wertpapierbörse, em alemão) representa a maior bolsa de valores da Alemanha e é considerada uma das maiores e mais eficientes do mundo, detem cerca de 90% do volume de negócios alemães e uma grande parte na Europa. As trinta companhias com melhor desempenho financeiro cotadas na bolsa de valores de Frankfurt constituem o índice bolsista de referência alemão, DAX-30 (antigamente, em alemão: Deutscher Aktienindex).

Grande parte dos estudos sobre integração de mercados financeiros foca-se no problema de determinar se o prémio de risco nos mercados de ações nacionais depende exclusivamente da carteira do mercado interno, do portfólio mundial ou de ambos. A cointegração tem sido utilizada, em diversos estudos, como método para avaliar a integração do mercado financeiro, bem como em pesquisas sobre a integração do mercado de ações europeu. Ela permite distinguir interdependência a longo e a curto prazo entre diferentes mercados financeiros e não tem como objetivo estimar o prémio de risco, nem exige a condição de eficiência dos mercados financeiros.

Segundo os testes empíricos da pesquisa do início do século XXI de Fonseca (2008), fatores internacionais tanto europeus como não-europeus são necessários para explicar a integração internacional dos mercados de ações nacionais de sete países europeus, entre eles Portugal, Espanha, França e Alemanha. Ferreira (2005) constatou que de um modo geral as séries de sete índices bolsistas (SP 500, FTSE 100, DAX 30, CAC 40, IBEX 35, ASE 20 e o PSI 20) cointegram com as variáveis macroeconómicas e financeiras, em todos os mercados analisados.

O início da globalização financeira está diretamente relacionado com o aparecimento de práticas financeiras arriscadas, de acordo com Huwart e Verdier (2013). Com a diversificação das atividades bancárias e de forma a sustentar o crescimento e a aumentar receitas, os grandes bancos começaram a praticar todo o tipo de transações bancárias, até as mais especulativas e arriscadas. E foram criando produtos financeiros e instrumentos de cobertura cada vez mais complexos com o objetivo de redução do risco de perda de valor das ações e de títulos e de proteção contra riscos relacionados com a especulação financeira. Isto conduziu a diversas décadas de crescimento global e oportunidades de financiamento.

Nos últimos trinta anos, segundo Huwart e Verdier (2013), os fluxos internacionais de capital aumentaram abrutamente e asseguraram liquidez relativamente constante e abundante, o que conduziu a baixas taxas de juros praticadas pelos bancos. Estes fluxos permitiram que os países em desenvolvimento financiassem a sua atividade económica e acumulassem poupanças, o que conduziu a desequilíbrios nos fluxos financeiros das grandes potências económicas, desequilíbrios que foram considerados uma das causas mais profundas da crise financeira.

As finanças e os transportes foram os setores mais afetados pela crise económica mundial, publicado pela World Trade Organization (2015). Nos últimos vinte anos, à medida que os mercados financeiros se tornaram mais abertos e globalizados, o comércio internacional de serviços financeiros aumentou. No entanto, as exportações mundiais de serviços financeiros

estagnaram em 2008 e, na Europa, caíram 17 por cento em 2009, uma vez que os ativos sob gestão desvalorizaram drasticamente e as comissões e as taxas das instituições financeiras diminuíram em todo o mundo.

O crescimento da globalização resultou no aumento da integração dos mercados de ações e na diminuição da regulamentação. Atualmente, os investidores têm acesso a transacionar milhares de ações internacionais entre outros títulos com apenas um clique. A liquidez global nunca foi tão importante e disponível. De acordo com Hellstrand and Korobova (2010), existe um alto grau de globalização do mercado de ações entre 2005 e 2013.

## 2. Conceitos e Modelos Econométricos

Considera-se uma série temporal (ou sucessão cronológica) como a realização de um processo ordenado em intervalos regulares de tempo,  $t$ . E um processo estocástico  $Y_t$  é uma família de variáveis aleatórias  $y_t$ . Assim sendo, as características de uma série são as mesmas do processo (estocástico) associado. Uma série temporal pode ser determinística ou estocástica, pode ser também linear ou não-linear e estacionária ou não-estacionária.

Um processo estocástico  $Y_t$  é estacionário se e só se forem verificadas as seguintes propriedades:

- A média é constante ao longo do tempo, isto é:  $E(Y_t) = \mu$
- A variância é constante e finita ao longo do tempo, isto é:

$$E[(Y_t - \mu)^2] = Var(Y_t) = \gamma_0 < \infty$$

- A covariância depende do desfasamento  $p$  e é constante em relação ao tempo  $t$ , isto é:

$$E[(Y_t - \mu)(Y_{t-p} - \mu)] = Cov(Y_t, Y_{t-p}) = \gamma_p$$

Processos com estas propriedades são usualmente denominados fracamente estacionários (ou estacionários em covariância). Um processo estocástico é estrita ou fortemente estacionário se, para todos os inteiros  $h$  e  $n \geq 1$ ,  $(y_1, \dots, y_n)$  e  $(y_{1+h}, \dots, y_{n+h})$  têm a mesma distribuição de probabilidade. Todo o processo estritamente estacionário com  $Var(y_t) < \infty$  é também estacionário, a covariância apenas depende do  $h$ .

Um processo estocástico estacionário  $\varepsilon_t$  é denominado processo ruído branco (*white noise process*) se satisfizer:

- $E(\varepsilon_t) = 0$
- $Var(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2 < \infty$

$\varepsilon_t$  é independente e identicamente distribuído,  $\varepsilon_t \sim i.i.d.$ , e denota-se  $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$ .

As séries temporais em níveis apresentam, na sua maioria, uma tendência (ou *trend*) que pode ser determinística ou estocástica. A distinção entre tendência determinística e tendência estocástica tem importantes implicações para o comportamento a longo prazo de uma série.

Quando se trata de uma série temporal com tendência linear, então é determinística, ou seja, a série reverte sempre para a tendência no longo prazo (os efeitos dos choques são

eventualmente eliminados) e os intervalos de previsão têm largura constante. Neste caso, as séries representam-se da seguinte forma:

$$Y_t = a + bt + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

No caso de se tratar de uma série temporal com tendência variante ao longo do tempo, a tendência é estocástica, ou seja, a série nunca recupera de choques no sistema (os efeitos dos choques são permanentes) e os intervalos de previsão crescem ao longo do tempo. Uma série com tendência estocástica pode ser apresentada de forma simples como um passeio aleatório (*random walk*), que é um processo estocástico cujas primeiras diferenças formam um processo *de* ruído branco. Estas séries são representadas da seguinte forma:

- $Y_t = \delta + Y_{t-1} + \varepsilon_t$ , com *drift*  $\delta$
- $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$ , sem *drift*

Segundo Neusser (2016), o passeio aleatório representa o processo não-estacionário mais utilizado na economia. Este provou ser um ingrediente importante em muitas séries temporais económicas. No entanto, é normalmente necessário aplicar algumas transformações nas séries para atingir a estacionariedade. As séries temporais têm sido alvo de grande preocupação por parte dos economistas, devido à não-linearidade e à não-estacionariedade que dificultam a sua análise.

Na análise de séries temporais, é comum utilizar o operador *lag* (*back-shift operator*) ou operador de desfasamento,  $L$ . O *lag* move o índice de tempo um período para trás, isto é,  $L\{Y_t\} = LY_t = Y_{t-1}$ . Assim sendo, define-se o operador de diferença (*difference operator*),  $\Delta = 1 - L$ .

Dois modelos populares para séries não estacionárias são o processo estacionário com tendência pura (*Trend Stationary Process*) e o processo estacionário com diferenças puro (*Difference Stationary Process*). Para o seguinte modelo,

$$\Delta Y_t = a + bt + (\rho - 1)Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

- Se  $\rho = 1$  e  $\varphi_i = 0$ , obtém-se um processo estacionário em tendência puro (*Trend Stationary Process*). Isto é, um processo que é estacionário em torno de uma tendência linear.
- Se  $\rho \neq 1$  e  $b = \varphi_i = 0$ , existe uma tendência estocástica nos dados e obtém-se um processo estacionário em diferenças puro (*Difference Stationary Process*).
- Se  $\rho \neq 1$  e  $a = b = \varphi_i = 0$ , obtém-se um processo estocástico autoregressivo puro:

$$\Delta Y_t = (\rho - 1)Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

Relativamente à natureza da estacionariedade deste último processo,

- O processo diz-se estacionário se  $|\rho| < 1$ ;
- O processo diz-se não estacionário explosivo se  $|\rho| > 1$ ;
- O processo diz-se não estacionário e tem raiz unitária se  $|\rho| = 1$ .

## 2.1. Testes de Raiz Unitária

Os testes de raiz unitária são habitualmente utilizados com o objetivo de determinar a estacionariedade de uma dada série temporal, isto é, se a série é ou não estacionária em termos estocásticos. Com vista a averiguar a presença de raízes unitárias nas diferentes séries temporais, têm sido propostos diversos testes como os testes desenvolvidos por Dickey e Fuller (1979), o teste KPSS desenvolvido por Kwiatkowski *et al.* (1992) e o teste PP de Phillips e Perron (1988).

Considere-se o processo autoregressivo de primeira ordem,  $AR(1)$ , com deriva (constante), isto é,

$$Y_t = a + bt + \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

onde  $a$  representa a deriva,  $bt$  é uma tendência determinística,  $\rho$  é o coeficiente estimado da componente estocástica e  $\varepsilon_t$  é o ruído branco, isto é, o erro aleatório do modelo.

### 2.1.1. Teste Dickey-Fuller (DF)

O teste Dickey-Fuller (DF) tem como objetivo testar a existência de raízes unitárias em  $Y_t$  quando a equação é descrita da seguinte forma:

- $Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- $Y_t = a + \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- $Y_t = a + bt + \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Subtraindo  $Y_{t-1}$  em ambos os lados da equação, podemos rescrever as equações mencionadas em cima como:

- $\Delta Y_t = (\rho - 1)Y_{t-1} + \varepsilon_t$
- $\Delta Y_t = a + (\rho - 1)Y_{t-1} + \varepsilon_t$

f)  $\Delta Y_t = a + bt + (\rho - 1)Y_{t-1} + \varepsilon_t$

Podemos testar as seguintes hipóteses nulas:

- a)  $H_0: \rho = 1$
- b)  $H_0: a = 0, \rho = 1$
- c)  $H_0: a = b = 0, \rho = 1$

Ou seja,  $H_0: \rho = 1$

$$H_A: \rho < 1$$

Se a hipótese nula for rejeitada, então a série temporal  $Y_t$  é estacionária – não tem raiz unitária. Caso contrário, a série em estudo é não-estacionária – tem uma raiz unitária.

### 2.1.2. Teste Augmented Dickey-Fuller (ADF)

O teste de estacionariedade Augmented Dickey-Fuller (ADF) pode ser aplicado ao caso geral, assumindo um processo autoregressivo de ordem  $k$  e estimando a seguinte equação:

$$\Delta Y_t = a + bt + (\rho - 1)Y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \varphi_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

onde incluímos um número de variáveis desfasadas da primeira diferença de  $Y_t$ , até obtermos erros  $\varepsilon_t$  não autocorrelacionados.

Pode ser testada a seguinte hipótese:

$$H_0: \rho = 1$$

$$H_A: \rho < 1$$

Analogamente ao teste DF, se a hipótese nula for rejeitada, então a série temporal  $Y_t$  é estacionária. Caso contrário, a série em estudo é não-estacionária – tem raiz unitária.

### 2.1.3. Teste Phillips-Perron (PP)

O teste Phillips-Perron (PP) representa uma alternativa ao teste ADF. Este teste baseia-se na regressão simples de Dickey-Fuller (sem termos de correção autorregressiva) para os casos em que os erros  $\varepsilon_t$  são correlacionados.

O primeiro passo a fazer no teste de raiz unitária PP é estimar a regressão de Dickey-Fuller,

$$Y_t = a + bt + \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

onde  $\varepsilon_t$  já não tem de ser um processo de ruído branco, pode ser qualquer processo estacionário com média zero.

O segundo passo consiste em estimar a variância não condicionante  $\gamma\varepsilon(0)$  e a variância de longo prazo  $\nu$  dos erros  $\hat{\varepsilon}_t$ . Estas duas estimativas são depois utilizadas no terceiro passo que consiste em corrigir a  $\rho$ -estatística e a  $t$ -estatística. Esta correção trata da autocorrelação presente nos dados.

Finalmente, é possível usar as estatísticas de teste modificadas para realizar o teste de raiz unitária. Os testes estatísticos modificados de acordo com Phillips (1987) são:

$$\rho\text{-Test:} \quad T(\hat{\rho} - 1) - \frac{1}{2}[\hat{\nu}_T - \hat{\gamma}\varepsilon(0)] \left( \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T Y_{t-1}^2 \right)^{-1}$$

$$t\text{-Test:} \quad \sqrt{\frac{\hat{\gamma}\varepsilon(0)}{\hat{\nu}_T}} t_{\hat{\rho}} - \frac{1}{2}[\hat{\nu}_T - \hat{\gamma}\varepsilon(0)] \left( \frac{\hat{\nu}_T}{T^2} \sum_{t=1}^T Y_{t-1}^2 \right)^{-1/2}$$

Pode ser testada a seguinte hipótese:

$$H_0: \rho = 1$$

$$H_A: \rho < 1$$

Se  $\varepsilon_t$  for um processo de ruído branco tal que  $J = \gamma(0)$ , então  $\hat{J}_T \approx \hat{\gamma}\varepsilon(0)$  e obtém-se a expressão do teste de estatística simples de Dickey-Fuller. Segundo Neusser (2016), a maior vantagem do teste PP é que a correção não-paramétrica admite processos  $\varepsilon_t$  muito generalizados.

#### 2.1.4. Teste KPSS

Em comparação com os testes já apresentados, o teste KPSS incorpora uma novidade relevante que consiste em inverter as hipóteses em teste. Na hipótese nula,  $H_0$ , considera-se que uma dada série cronológica é estacionária e na hipótese alternativa,  $H_A$ , estabelece-se a possibilidade da mesma série ser não-estacionária. Este teste pode conduzir a que na prática uma dada hipótese nula falsa possa não ser rejeitada.

O processo das somas parciais dos resíduos  $\varepsilon_i$ , resultantes das regressões estimadas, é definido como:

$$S_t = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (2.7)$$



Permitindo a existência de autocorrelação nos resíduos, a estatística do teste KPSS é dada por

$$K = T^{-2} \sum_{i=1}^t \frac{S_i^2}{s^2(l)} \quad (2.8)$$

onde  $s^2(l) = T^{-1} \sum_{i=1}^T \varepsilon_i^2 + 2 T^{-1} \sum_{i=1}^T \mu(j, l) \sum_{t=j+1}^T \varepsilon_i \varepsilon_{t-j}$

e  $\mu(j, l) = 1 - \frac{j}{1+l}$  com  $l$  a representar o parâmetro de truncamento do *lag* a considerar.

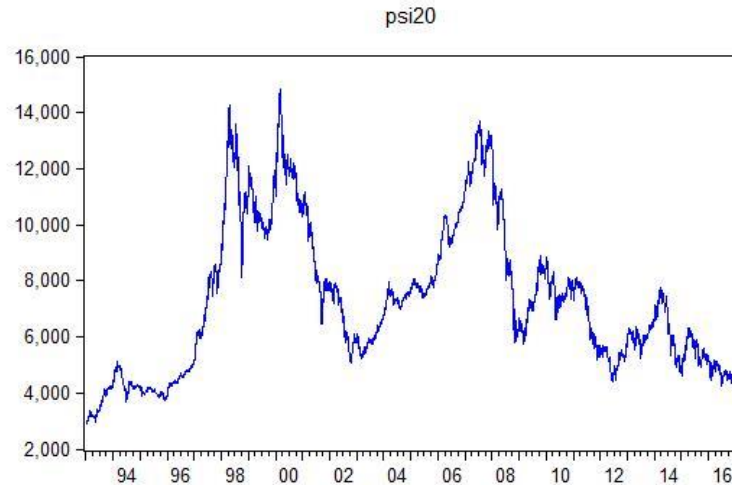
Na prática, grande parte das séries temporais económicas e financeiras são não-estacionárias e tornam-se estacionárias somente após alguma transformação. Uma possível transformação com vista a torná-las estacionárias consiste em obter uma nova série expressa nas primeiras diferenças da série original. Esta é a mais comum das transformações e, na maioria dos casos, é suficiente para alcançar a estacionariedade. Outra possível transformação passa por logaritmizar a série em níveis.

O número de vezes que uma série tem de ser diferenciada até atingir a estacionariedade é designado por ordem de integração. Se é necessário diferenciar  $d$  vezes uma série  $Y_t$  até esta se tornar estacionária, então a série é integrada de ordem  $d$  e denota-se por  $Y_t \sim I(d)$ . Uma série  $Y_t$  diz-se integrada de ordem um ou estacionária em diferenças, e escreve-se  $Y_t \sim I(1)$ , se e só se for possível representar  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$  como,

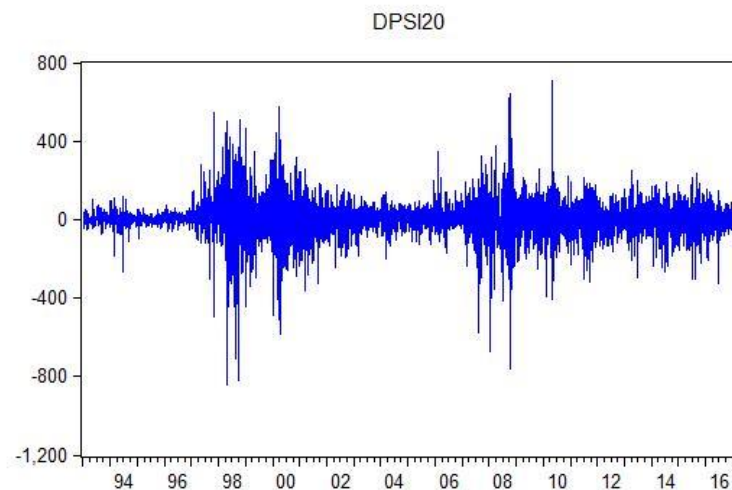
$$\Delta Y_t = (1 - L)Y_t = \delta + \Psi(L)\varepsilon_t \quad (2.9)$$

para  $\Psi(1) \neq 0$ ,  $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$  e  $\sum_{i=0}^{\infty} i|\Psi_i| < \infty$ .  $\Psi(L)$  define um polinómio de grau  $p$ ,  $\Psi(L) = 1 - \Psi_1 L - \Psi_2 L^2 - \dots - \Psi_p L^p$  para um processo autoregressivo de ordem  $p$ ,  $Y_t = \Psi_0 + \sum_{i=1}^p \Psi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t$ .

Em suma, uma série integrada de ordem  $d > 0$ ,  $I(d)$ , é não-estacionária e torna-se estacionária depois de diferenciada  $d$  vezes. Enquanto uma série  $I(0)$  é estacionária.



**Figura 3.1.** Série não-estacionária  $Y_t$  (em níveis)



**Figura 3.2.** Série estacionária  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$  (em primeiras diferenças)

No processo de diferenciação são apenas destacadas as relações de curto prazo entre as variáveis dependente e independente, sem salientar as relações de longo prazo. Assim, parece valer a pena desenvolver uma abordagem que permita ter em conta as informações sobre os níveis e, ao mesmo tempo, cuidar do caráter não-estacionário das variáveis. O conceito de cointegração tenta satisfazer esta dupla exigência.

## 2.2. Modelos VAR, VEC e Cointegração

A cointegração é uma propriedade estatística que garante a existência de uma relação de equilíbrio no longo prazo entre variáveis económicas representadas por séries temporais com tendência estocástica, ou seja, não-estacionárias.

Se duas séries temporais se encontram cointegradas, então são integradas da mesma ordem,  $I(1)$ , e relacionam-se a longo prazo num movimento de equilíbrio, de tal maneira que os desvios desta relação são estacionários,  $I(0)$ , em função do nível de equilíbrio.

Assim, na prática, assume-se a existência de cointegração entre variáveis  $X_t$  e  $Y_t$ , ambas  $I(1)$ , quando existe a seguinte combinação linear

$$X_t - aY_t = u_t \quad (2.10)$$

onde  $a \neq 0$  e a componente do erro  $u_t$  é  $I(0)$ . Calcular esta diferença elimina a tendência estocástica comum.

Generalizando, para  $X_t$  e  $Y_t$ , ambas  $I(d)$ , a combinação linear  $Z_t = X_t - aY_t$  é  $I(d - c)$ ,  $c > 0$ , e as séries dizem-se cointegradas de ordem  $(d - c)$ .

Dois dos métodos mais conhecidos que estudam a cointegração entre variáveis foram desenvolvidos por Engle e Granger, em 1987, e por Johansen, em 1988, respetivamente.

De acordo com Engle e Granger (1987), diz-se que os componentes do vetor  $Y_t$  são cointegrados de ordem  $(d, c)$  – e escreve-se  $Y_t \sim CI(d, c)$  – se cada componente de  $Y_t$  for  $I(d)$  e se existir um vetor cointegrante  $\beta \neq 0$  tal que  $\beta'Y_t \sim I(d - c)$ , onde  $\beta'$  é a transposta de  $\beta$  e  $c > 0$ .

Se  $Y_t$  tem  $k$  componentes, então pode haver mais do que um vetor cointegrante,  $\beta$ . O nível de cointegração é o valor máximo,  $n$ , de vetores cointegrantes linearmente independentes,  $\beta_1, \dots, \beta_n$ , com  $n < k$ .

Segundo Engle e Granger (1987), o estudo da cointegração entre duas ou mais variáveis não estacionárias deve ser aplicado em duas etapas. Inicialmente, estima-se a regressão entre as séries temporais consideradas pelo método dos mínimos quadrados com as variáveis expressas em níveis e, em seguida, testam-se os respetivos resíduos para concluir acerca da estacionariedade. No caso desta componente residual apresentar uma raiz unitária, as variáveis não apresentam relação de cointegração. Os autores calcularam as tabelas apropriadas das estatísticas de teste para este tipo de raiz unitária para o caso de duas variáveis. A estacionariedade dos resíduos revela que as variáveis analisadas possuem relacionamento de longo prazo, assim como a existência de um mecanismo corretor de erro (ECM – *Error Correction Model*).

O mecanismo corretor do erro (ECM), segundo Mills e Markellos (2008), é um dos modelos econométricos mais populares, que verifica se os valores desfasados da variável não-estacionária  $X_t$  podem ajudar a explicar alterações nos valores correntes da variável não-estacionária  $Y_t$ , mesmo que essas alterações não sejam relevantes. Ou seja, é um mecanismo que consiste simplesmente em corrigir o desequilíbrio de um período no período seguinte. Neste modelo são empregues variáveis expressas em níveis – responsáveis por apreender as relações de longo prazo – e variáveis em diferenças – responsáveis pela dinâmica de curto prazo.

Se as variáveis são cointegradas, então parte da mudança corrente em  $X_t$  pode ser o resultado de movimentos de correção em  $Y_t$  para que se atinja novamente o equilíbrio de longo prazo com a variável  $X_t$ . Desde que  $X_t$  e  $Y_t$  possuam uma tendência comum, a causalidade deve existir pelo menos numa direção, o que não impede que revelem causalidade inversa e até mesmo causalidade nas duas direções.

No entanto, a cointegração nada diz acerca da direção de causalidade entre séries. O teste de causalidade à Granger, por Granger *et al.* (1998), procura determinar o sentido causal entre duas variáveis. Isto é, pode ter-se uma situação onde existe uma série líder e um conjunto de séries seguidoras ou, então, uma situação onde se estabelece um equilíbrio entre as diferentes séries concorrentes, não se destacando, por isso, um verdadeiro líder.

No primeiro caso, a liderança vai condicionar o comportamento das restantes séries, podendo a análise de cointegração ser efetuada a partir da equação da série líder para as restantes equações. No segundo caso, o equilíbrio estabelece-se de modo a que todas as equações possam conter informação sobre as diferentes relações de cointegração.

Segundo Boer *et al.* (2004), a maioria das séries económicas é integrada de ordem um e o modelo ECM permite concluir que uma combinação linear de duas ou mais séries não estacionárias pode ser estacionária. Assim, a cointegração de duas ou mais séries temporais indica a existência de um equilíbrio de longo prazo, para o qual o sistema económico converge no tempo.

O teorema de representação de Granger, por Engle e Granger (1987), mostra precisamente que uma relação de cointegração pode ser representada pelo modelo de correção de erro (ECM). Neste teorema, considera-se um vetor  $Y_t$  com  $k$  séries temporais  $I(1)$  e com dimensão de cointegração  $n$  ( $0 \leq n \leq k$ ), e, assim, admite-se a representação do ECM como:

$$\Delta Y_t = \delta + \Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.11)$$

Assume-se  $p$  finito e que  $\varepsilon_t$  é  $NID(0, \Omega)$  – normal e independentemente distribuído com média 0 e variância  $|\Omega| \neq 0$ . Considerando a hipótese de cointegração, o impacto de longo prazo sobre a matriz  $\Pi$  pode ser representado na forma  $\Pi = \alpha\beta'$ , onde  $\alpha$  e  $\beta$  são matrizes de ordem  $k \times n$  e  $n$  é a característica de  $\Pi$ .

Assim sendo, o teste de cointegração é equivalente ao estudo da característica da matriz  $\Pi$ . Caso  $n = 0$ , os componentes de  $Y_t$  não se encontram cointegrados, conduzindo a que o modelo ECM tome a forma de um modelo VAR (modelo autoregressivo vetorial definido em 2.2.1) em primeiras diferenças. No caso em que  $0 < n < k$ , existem  $n$  combinações lineares de variáveis  $I(1)$  que são estacionárias. Quando  $n = k$ , o vetor  $Y_t$  é um processo estacionário.

Numa situação de maiores ordens de integração,  $d$ , das variáveis que compõem as diferentes relações lineares e se  $Y_t$  é um vetor de variáveis que são individualmente  $I(d)$ , então o processo de cointegração ocorre quando existe um vetor  $\beta$  significativo para se obter  $\beta'Y_t \sim I(d - c)$ , quando  $0 < c \leq d$ .

Só faz sentido utilizar o processo adotado por Engle e Granger (1987) para estudar a relação de cointegração entre duas séries temporais, isto devido à possibilidade de ocorrência de problemas quando existe mais do que um vetor cointegrante. Para lidar com modelos de múltiplas séries temporais e onde existe mais do que um vetor cointegrante, em 1988, Johansen desenvolveu um modelo que permite estimar todos os vetores cointegrantes para um determinado conjunto de variáveis. Este modelo estima os parâmetros pelo método de máxima verosimilhança (ML – *Maximum Likelihood*).

A metodologia de Johansen (1988) é um dos métodos mais completos que estuda a cointegração entre várias séries temporais não-estacionárias. Para a compreensão desta metodologia são necessários os modelos VAR.

### 2.2.1. Modelo VAR

O modelo autoregressivo vetorial (VAR) tem sido frequentemente escolhido para descrever séries temporais em macroeconomia, isto porque, o modelo VAR é mais flexível do que os modelos univariados, permite testar a direção de causalidade conduzindo a previsões de melhor qualidade do que nos modelos estruturais tradicionais, é fácil de estimar e, em geral, ajusta adequadamente os dados macroeconômicos. No entanto, a possibilidade de combinar informação de longo e curto prazo nos dados, tirando partido das propriedades de cointegração, é provavelmente a razão mais importante para que este modelo continue a receber o interesse dos econometristas e dos economistas aplicados.

O modelo VAR trata todas as relações lineares existentes entre as variáveis endógenas e os valores passados dessas variáveis, sem impor restrições quanto à sua dependência e independência, e permite também a inclusão de variáveis exógenas ao modelo. Neste modelo todas as componentes têm que ser estacionárias.

O modelo VAR com  $k$  variáveis e  $p$  defasamentos, VAR ( $p$ ), é definido da seguinte forma:

$$Y_t = \delta + \sum_{i=1}^p A_i Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

onde  $Y_t = (Y_{1t}, \dots, Y_{kt})$  é um vetor de  $k$  variáveis endógenas (não) estacionárias,  $\delta$  é um vetor de constantes de dimensão  $(k \times 1)$ ,  $A_1, \dots, A_p$  são matrizes  $(k \times k)$  de coeficientes de regressão,  $A(L) = I_n - A_1 L - \dots - A_p L^p$ , para o lag  $L$ , e  $\varepsilon_t$  é um vetor  $(k \times 1)$  dimensional representativo do erro aleatório do modelo. Este erro segue uma distribuição normal com média zero e variância  $\Omega$ ,  $\varepsilon_t \sim N(0, \Omega)$ , e  $\Omega$  é uma matriz de variâncias e covariâncias contemporâneas, definida positiva.

A estabilidade do modelo VAR é estudada a partir dos valores próprios  $\lambda$  da matriz  $A$  de dimensão  $(kp \times kp)$  que contém as matrizes  $A_1, \dots, A_p$ , na seguinte expressão:

$$\det(I_k \lambda^p - A_1 \lambda^{p-1} - A_2 \lambda^{p-2} - \dots - A_p) = 0 \quad (2.13)$$

para as raízes  $|\lambda| \leq 1$ . Se a solução desta equação admitir uma raiz no círculo unitário,  $\lambda = 1$ , então existem variáveis do modelo VAR ( $p$ ) que são integradas de ordem um (não-estacionárias). Se o valor absoluto de todos os valores próprios da matriz  $A$  são menores do que um,  $|\lambda| < 1$ , então as variáveis do modelo VAR ( $p$ ) são todas estacionárias, ou seja, o modelo é estacionário.

A aplicação da estimativa do modelo VAR ( $p$ ) deve ser precedida dos seguintes passos:

1. Estudar a estacionariedade das séries temporais pelos testes de raiz unitária;
2. Determinar o número de lags adequado;

A escolha de uma dimensão grande no lag requer a utilização de um grande número de parâmetros, o que causa um aumento na complexidade do processo de estimação e, conseqüentemente, conduz à falta de eficácia dos estimadores. No entanto, caso o comprimento

do desfasamento seja pequeno, pode surgir autocorrelação entre os termos do erro, o que também conduz à falta de eficácia dos estimadores. Devem escolher-se amplitudes de desfasamento  $p$  suficientemente grandes para assegurar que os resíduos  $\varepsilon_t$  sejam um processo de ruído branco.

Para a escolha da ordem do modelo VAR óptimo podemos testar o modelo ou aplicar-lhe critérios de informação. No primeiro caso, testa-se uma ordem máxima razoável dada,  $p_{max}$ , para um modelo VAR, através do teste de hipóteses, de forma a determinar o *lag* ótimo, isto é:

$$H_0: A_{p_{max}} = 0$$

$$H_1: A_{p_{max}-1} = 0$$

Escolhe-se o *lag* ótimo quando a hipótese nula,  $H_0$ , é rejeitada pela primeira vez. No segundo caso, aplicam-se critérios de seleção ao modelo que são utilizados para selecionar a ordem do VAR que minimiza a ordem sobre um conjunto de possíveis ordens  $m = 0, \dots, p_{max}$ . O critério de seleção mais recente, desenvolvido por *Hannan - Quinn* em 1979 e por *Quinn* em 1980, denomina-se Critério de *Hannan - Quinn* e tem a seguinte expressão:

$$HQ(m) = \log \det(\hat{\Sigma}_m) + \frac{2 \log \log T}{T} m K^2 \quad (2.14)$$

onde  $m$  é a ordem do modelo,  $K$  é o número de variáveis endógenas,  $T$  é o número de observações e  $\hat{\Sigma}_m = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t \hat{u}_t'$  é a matriz de covariâncias do erro. Este critério sugere uma ordem compreendida entre a maior e a menor, que são, respetivamente, sugeridas por outros dois critérios de informação (Critério de Akaike e Critério de Schwarz, respetivamente).

3. Estimar os parâmetros do modelo utilizando o método dos mínimos quadrados (OLS – *Ordinary Least Square*);

O método OLS é a forma de estimação mais amplamente utilizada na econometria. Esta técnica procura minimizar a soma dos quadrados dos resíduos da regressão, de forma a maximizar o grau de ajuste do modelo estimado aos dados observados. Os resíduos têm de ser distribuídos aleatoriamente, com distribuição normal e independente, e o modelo tem de ser linear nos parâmetros.

4. Validar o modelo pela verificação dos pressupostos dos resíduos;

Para validar a adequação de um modelo VAR, têm de se verificados os seguintes pressupostos:

- Os resíduos têm média nula:  $E(\varepsilon_t) = 0$
- Os resíduos são não- autocorrelacionados:  $corr(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$

Os testes de autocorrelação dos resíduos revelam se os resíduos são independentes ou não. Um destes testes é o teste de Breushch-Godfrey, ou teste LM, para autocorrelação dos resíduos de ordem  $m$ , para o seguinte modelo geral sem restrição:

$$Y_t = \theta + B_1 Y_{t-1} + \dots + B_p Y_{t-p} + B_{p+1} Y_{t-p+1} + \dots + B_{p+m} Y_{t-p+m} + \varepsilon_t \quad (2.15)$$

E com restrição:

$$Y_t = \delta + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.16)$$

Deste último modelo obtêm-se os valores estimados de  $\hat{\varepsilon}_t$  e a estatística pode ser calculada considerando os seguintes modelos, para o processo VAR:

$$\hat{\varepsilon}_t = \delta^* + A_1 Y_{t-1} + \dots + A_p Y_{t-p} + \omega_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \dots + \omega_m \hat{\varepsilon}_{t-m} + u_t^* \quad (2.17)$$

onde  $u_t^*$  é o termo auxiliar do erro. Para  $t < 0$ , os termos  $\hat{\varepsilon}_t$  devem ser substituídos por zero.

O objetivo deste teste consiste em saber se os coeficientes de regressão  $\omega_1, \dots, \omega_m$  são nulos (ou não), isto quer dizer que o teste LM tem a seguinte hipótese nula:

$$H_0: \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Da equação que expressa  $\hat{\varepsilon}_t$  resulta o valor  $N \cdot R^2$  que tem uma distribuição  $\chi^2$  com  $m$  graus de liberdade. Se o seu valor superar o valor crítico para o nível de significância escolhido,  $\chi^2(m) > \chi^2_c(m)$ , então rejeita-se a hipótese nula, ou seja, o teste indica que pelo menos um  $\omega_i$  é significativamente diferente de zero, com  $i = 1, 2, \dots, m$ .

- Os resíduos são normalmente distribuídos:  $\varepsilon_i \sim N(0, s^2)$

As estatísticas obtidas para o modelo linear geral estão dependentes da normalidade dos resíduos. Esta característica não é uma condição necessária para a validade dos testes relacionados com o modelo VAR, no entanto desvios de normalidade do modelo indicam que o modelo pode ser melhorado. Isto é, podem ser aplicados testes univariados aos resíduos individuais de uma equação e testes multivariados ao vetor total de resíduos. Nos testes multivariados, o vetor dos resíduos dos modelos VAR é inicialmente transformado de forma a que os componentes individuais sejam independentes, seguidamente os momentos dos resíduos são comparados com os da distribuição normal (Gaussiana). A ideia mais geral consiste em verificar se os resíduos apresentam assimetria (*Skewness*) e curtose (*Kurtosis*).

Um teste de normalidade usualmente aplicado é o teste Jarque-Bera específico, que compara o terceiro e o quarto momento da distribuição dos resíduos com a distribuição normal, numa análise multivariada. Tomando uma variável  $X$  representada por  $N$  valores, é apresentado o seguinte conjunto de dados relevantes para o teste Jarque-Bera:

Média	$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X_t$
Variância	$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2$
Desvio padrão da média	$\frac{s}{\sqrt{N}}$
Estatística $t$ para $\bar{X} = 0$	$\frac{\bar{X}\sqrt{N}}{s}$
Assimetria	$Sk = \frac{N^2}{(N-1)(N-2)} \frac{m_3}{s^3}$
Estatística para $Sk = 0$	$Sk \sqrt{\frac{(N-1)(N-2)}{6N}}$

Curtose	$Ku = \frac{N^2}{(N-1)(N-2)(N-3)} \frac{(N+1)m_4 - 3(N-1)m_2^2}{s^4}$
Estatística para $Ku = 0$	$Ku \sqrt{\frac{(N-1)(N-2)(N-3)}{24N(N+1)}}$
Jarque-Bera	$N \left( \frac{Ku^2}{24} + \frac{Sk^2}{6} \right) \sim \chi^2(2)$

Para uma distribuição normal  $N(0,1)$ , a média é nula, o desvio padrão igual a 1, a assimetria é nula e a curtose é igual a 3. O teste de Jarque-Bera tem como  $H_0$  a distribuição normal.

- Os resíduos são homoscedásticos:  $Var(\varepsilon_i) = constante$

Um teste bastante conhecido para detetar a heterocedasticidade condicionada nos resíduos é o *Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH). Este teste baseia-se na ideia similar do teste LM para a autocorrelação dos resíduos e testa a hipótese do comportamento dos resíduos de um determinado modelo seguir a seguinte expressão:

$$\varepsilon_t^2 = \sum_{i=1}^m \theta_i \varepsilon_{t-i}^2 + \mu_t \quad (2.18)$$

com  $\mu_t \sim IID(0, \sigma_\mu)$ . A estimação dos resíduos pode ser representada da seguinte forma:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \delta^* + \omega_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \omega_m \hat{\varepsilon}_{t-m}^2 + u_t^* \quad (2.19)$$

O objetivo deste teste consiste em saber se os coeficientes de regressão  $\omega_1, \dots, \omega_m$  são nulos (ou não), isto quer dizer que o teste ARCH tem a seguinte hipótese nula:

$$H_0: \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Da equação que expressa  $\hat{\varepsilon}_t^2$  resulta o valor  $N \cdot R^2$  que tem uma distribuição  $\chi^2$  com  $m$  graus de liberdade. Se o seu valor superar o valor crítico para o nível de significância escolhido,  $\chi^2(m) > \chi^2_c(m)$ , então rejeita-se a hipótese nula, ou seja, o teste indica que pelo menos um  $\omega_i$  é significativamente diferente de zero, com  $i = 1, 2, \dots, m$ , e, portanto, existe efeito ARCH nos resíduos. No caso de não se rejeitar  $H_0$ , os resíduos são homoscedásticos.

5. Escolher a ordem das variáveis na transformação de Cholesky e proceder com a análise da função impulso resposta.

A ortogonalização dos resíduos com base na transformação de Cholesky é um dos métodos de identificação de modelos VAR mais popular, segundo Cavalcanti (2010). Esta transformação consiste em impor uma estrutura recursiva à matriz de relações contemporâneas entre variáveis do modelo – isto é, a primeira variável não é afetada por nenhuma das demais e as seguintes, à primeira, são afetadas apenas pelas suas anteriores –, de forma a que esta matriz simétrica e positiva definida se decomponha numa matriz triangular inferior, considerada o triângulo de Cholesky da matriz original.



A ordenação causal da, também denominada, decomposição de Cholesky é definida de acordo com os resultados de testes de causalidade à Granger que, para as séries temporais estacionárias  $X_t$  e  $Y_t$ , podem ser os seguintes:

- Causalidade unidirecional de  $Y$  para  $X$ :

Se  $\sigma^2(X|U) < \sigma^2(X|\overline{U - Y})$ , então  $Y \Rightarrow X$

- Causalidade unidirecional de  $X$  para  $Y$ :

Se  $\sigma^2(Y|U) < \sigma^2(Y|\overline{U - X})$ , então  $X \Rightarrow Y$

- Causalidade bidirecional:

Se  $\sigma^2(Y|U) < \sigma^2(Y|\overline{U - X})$  e  $\sigma^2(X|U) < \sigma^2(X|\overline{U - Y})$ , então  $X \Leftrightarrow Y$

- Ausência de causalidade em qualquer direção

onde  $U_t$  é toda a informação acumulada até ao momento  $t - 1$  e  $U_t - Y_t$  é toda a informação para além da série especificada  $Y_t$ .

Segundo Granger (1969), uma variável  $X$  causa outra variável  $Y$  no sentido de Granger se a observação de  $X$ , em algum momento do presente ou do passado, colabora na previsão dos valores futuros de  $Y$ , para um determinado intervalo de tempo. Matricialmente, num modelo VAR( $p$ ), para  $Y_t = (Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{nt})$  com  $n$  inteiro,  $Y_i$  não causa à Granger  $Y_j$  se todas as matrizes  $\Pi_1, \dots, \Pi_p$  são matrizes triangulares inferiores, para  $i \neq j$  inteiros compreendidos no intervalo  $[1, n]$ . Isto é, todos os coeficientes dos valores desfasados de  $Y_j$  são zero na equação de  $Y_i$ .

Embora a análise de regressão lide com a dependência de uma variável em relação a outras, isso não implica necessariamente causalidade. E o facto da variável  $X$  não causar a variável  $Y$  no sentido de Granger não é condição necessária nem suficiente para a ausência de efeito contemporâneo de  $X$  sobre  $Y$ . Se  $Y$  não causa à Granger  $X$  e  $X$  não causa à Granger  $Y$ , então as matrizes dos coeficientes do modelo VAR,  $\Pi_1, \dots, \Pi_p$ , são diagonais. E se nenhuma variável afetar uma determinada variável  $X$ , então esta variável  $X$  é considerada exógena.

Feita a transformação de Cholesky, o modelo torna-se exatamente identificado e, consequentemente, torna-se possível o estudo das interrelações entre as suas variáveis a partir de funções de resposta ao impulso e da decomposição da variância dos resíduos de previsão do modelo.

A função de resposta ao impulso (IRF – *Impulse Response Function*) é uma importante ferramenta analítica na análise do efeito de perturbações exógenas numa variável ao longo do tempo. Mostra como um impulso (ou choque) em qualquer uma das variáveis se filtra através do modelo, num momento de tempo qualquer, afetando todas as demais variáveis, podendo ter impacto na série inteira. Caso o sistema de equações seja estável, qualquer choque exógeno acaba por desvanecer para zero. Se o sistema for instável, um choque conduz a um trajeto de tempo explosivo.

Para um processo VAR( $p$ ) expresso em termos de valores passados e presente do vetor de inovação e da média  $\mu$ , com a seguinte expressão:

$$Y_t = \mu + \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n u_{t-n} \quad (2.20)$$

a função impulso resposta tem a seguinte forma:

$$\Phi_{ij}^n = \Phi_{ij}(n) = \frac{dY_{i,t+1}}{du_{j,t}} = \frac{dY_{i,t}}{du_{j,t-n}} \quad (2.21)$$

para  $i \cdot j = 1$  e onde  $\Phi_n$  são as matrizes de média móvel com dimensão  $k \times k$ , que representam os choques de  $u_{t-n}$  em  $Y_t$ , e  $\Phi_{ij}^n$  é o termo  $(i, j)$  da matriz  $\Phi_n$ , interpretado como resposta ao impulso.

### 2.2.2. Modelo VEC

A maioria das investigações empíricas de processos de integração começa com o estudo do modelo VAR( $p$ ) que tem a grande vantagem de ser facilmente representado pela equação (2.12). Subtraindo  $Y_{t-1}$  em ambos os lados da equação (2.12), o modelo VAR pode ser reescrito pela expressão do modelo corretor de erros (ECM), equação (2.11):

$$\Delta Y_t = \Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.22)$$

onde  $\Pi = -A(1) = -I_n - A_1 + \dots + A_p$ ,  $\Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^p A_j$  e  $\Pi Y_{t-1}$  é denominado o termo corretor do erro.

Segundo Neusser (2016) e supondo que a matriz  $\Pi$  é singular com característica  $n$ ,  $0 < n < k$ , – isto é, considerando a hipótese de cointegração –, existem matrizes  $\alpha$  e  $\beta$  de dimensões  $(k \times n)$  tais que  $\Pi = \alpha\beta'$ , onde  $\beta'$  é a transposta de  $\beta$ . Substituindo  $\Pi$ , que é a matriz de informação de longo prazo, por  $\alpha\beta'$  na equação anterior, obtém-se o modelo de correção do erro vetorial (VEC – *Vector Error Correction*) derivado do modelo VAR( $p$ ) e representado da seguinte forma:

$$\Delta Y_t = \alpha\beta'Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.23)$$

onde  $\beta$  representa a matriz de coeficientes de longo prazo, as colunas da matriz  $\beta$  contêm os  $n$  vetores cointegrantes, e as colunas da matriz  $\alpha$  contêm os  $n$  vetores de ajustamento,  $\alpha$  é a matriz da velocidade de ajustamento ao desequilíbrio.

O que distingue um modelo VAR de um modelo VEC é que o VEC apresenta como variáveis determinísticas os mecanismos corretores de erros (ECMs – *Error Correction Models*) correspondentes às relações de cointegração entre as diferentes variáveis. Eventualmente um único ECM correspondente à única relação de cointegração entre as diferentes variáveis. Para além disso, a estimativa dos parâmetros do processo VAR requer que as variáveis em  $Y_t$  sejam estacionárias em covariância,  $Y_t \sim I(1)$ , com os dois primeiros momentos finitos e invariantes no tempo. Caso as variáveis em  $Y_t$  não sejam estacionárias em covariância, mas as suas primeiras diferenças sejam, é adequado reparametrizar o modelo VAR de forma a obter-se o VEC.

O modelo VEC( $p$ ) apresentado anteriormente pode ser rescrito por um modelo VEC(1) de dimensão  $kp$  da seguinte forma matricial:

$$\Delta Y_t = \alpha \beta' Y_{t-1} + \Gamma \Delta X + \varepsilon_t \quad (2.24)$$

onde  $\Delta Y_t = [\Delta Y_1, \dots, \Delta Y_T]$ ,  $Y_{t-1} = [Y_0, \dots, Y_{T-1}]$ ,  $\Gamma = [\Gamma_1, \dots, \Gamma_{p-1}]$ ,  $\Delta X = [\Delta X_0, \dots, \Delta X_{T-1}]$ ,  $\Delta X_{T-1} = \begin{bmatrix} \Delta X_{t-1} \\ \vdots \\ \Delta X_{t-p+1} \end{bmatrix}$  e  $\varepsilon_t = [\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T]$ .

Como  $Y_t \sim I(1)$ , então  $\Delta Y_t$  não contém tendência estocástica. O termo  $\Pi Y_{t-1}$  é frequentemente referido como o termo de longo prazo do modelo VEC, isto porque, como  $\Pi Y_{t-1}$  é o único termo que inclui variáveis do tipo  $I(1)$ ,  $\Pi Y_{t-1}$  é do tipo  $I(0)$ . O termo  $\Gamma_i$  ( $i = 1, \dots, p-1$ ) determina os movimentos de curto prazo das variáveis e são, por isso, denominados por parâmetros de curto prazo.

Como todas as variáveis de  $Y_t$  são integradas de ordem 1, cada componente de  $\Delta Y_1, \dots, \Delta Y_{t-p+1}$  é estacionária e cada componente de  $Y_{t-1}$  é também  $I(1)$ . A caracterização do número de vetores cointegrantes faz-se considerando a característica (ou *rank*)  $n$  da matriz  $\Pi$ , determinando o número de filas linearmente independentes existentes na matriz  $\Pi$  que é equivalente a determinar a característica cointegrante do sistema. Isto é o mesmo que determinar quantos vetores cointegrantes existem na matriz  $\beta$ , ou seja, quantas colunas de  $\alpha$  são nulas. Assim sendo e como já foi escrito anteriormente, testar a característica da matriz  $\Pi$  é equivalente a aplicar um teste de cointegração.

- Se  $n = 0$ , a matriz  $\Pi$  é nula e não existem relações de cointegração no sistema. Neste caso, pode ser utilizado um modelo VAR ( $p-1$ ) em diferenças.
- Se  $0 < n < k$ , existem  $n$  relações de cointegração entre as variáveis do modelo.
- Se  $n = k$ , as variáveis em níveis são estacionárias e pode ser utilizado o modelo de estimação OLS. Como a matriz inversa  $\Pi^{-1}$  existe, é possível resolver a equação que representa o VEC (1) para  $Y_{t-1}$  como combinação linear das variáveis estacionárias.

A construção do modelo VEC pode desenvolver-se da seguinte forma:

1. Estimar o modelo pelo método de máxima verossimilhança (ML) de Johansen;

O primeiro método de estimação dos modelos VEC, que é também o teste de cointegração mais popular da literatura contemporânea, foi proposto por Johansen (1988). Este teste utiliza o estimador da máxima verossimilhança (ML). Ele define a característica da matriz  $\Pi$  e, consequentemente, o espaço de cointegração, tornando possível estimar os vetores de cointegração, bem como testar restrições de proporcionalidade e exogeneidade fraca sobre esses vetores.

Os testes de Johansen são baseados em valores próprios de transformações dos dados e representam combinações lineares dos dados que têm correlação máxima – correlações canónicas. Os valores próprios  $\lambda$  – que não são os valores próprios da matriz  $\Pi$ , mas têm as mesmas propriedades e podem ser utilizados para determinar a dimensão dessa matriz – são os coeficientes de correlação canónica. As colunas de  $\beta$  são os vetores próprios normalizados associados e o número de valores próprios  $\lambda$  maiores do que zero determina a dimensão de  $\beta$ .

Inicialmente, neste método, extraem-se os efeitos do atraso,  $\Delta Y_{t-i}$ , da parte esquerda da equação do modelo VEC,  $\Delta Y_t$ , e da parte direita da mesma equação,  $Y_{t-1}$ . Assim, definem-se os resíduos  $\hat{u}_t$  para  $\Delta Y_t$  e  $\hat{v}_t$  para  $Y_{t-1}$ . E passa a escrever-se o modelo VEC da seguinte forma,  $\hat{u}_t = \Pi \hat{v}_t + \varepsilon_t$ .

Na relação de cointegração, todas as variáveis são tratadas simetricamente, isto é, não existem variáveis endógenas nem exógenas. E assim sendo, o segundo passo na aplicação deste método consiste em obter, pela correlação canónica ou correlação máxima, a solução do seguinte sistema  $(\tilde{\alpha})^{-1}u_t = \tilde{\beta}'v_t$ , onde  $\tilde{\alpha}$  e  $\tilde{\beta}$  têm dimensão  $(k \times k)$ . Quer isto dizer que os vetores  $\tilde{\alpha}_j$  e  $\tilde{\beta}_j$  têm de ser determinados de forma a que exista correlação entre as combinações lineares  $\tilde{\alpha}_j u_t$  e  $\tilde{\beta}_j v_t$ .

Em seguida, ordenam-se os valores próprios por tamanho,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k$ , com  $\lambda_i \geq 0, \forall i$ . Se  $\lambda_1 = 0$ , então  $rank(\Pi) = 0$  e termina-se o teste concluindo que não existem vetores cointegrantes, porque  $\lambda_1 = 0 = \lambda_2 = \dots = \lambda_k$ . Se  $\lambda_1 \neq 0$ , então  $rank(\Pi) \geq 1$  e existe pelo menos um vetor cointegrante. Neste caso, prossegue-se com o teste para  $\lambda_2 \leq \lambda_1$ . Se  $\lambda_2 = 0$ , então  $rank(\Pi) = 1$  e existe pelo menos um vetor cointegrante. Se  $\lambda_2 \neq 0$ , então  $rank(\Pi) \geq 2$  e existem pelo menos dois vetores cointegrantes. Continuando o processo, para  $\lambda_{k-1} \neq 0$ , se  $\lambda_k = 0$ , então existem  $k - 1$  vetores cointegrantes. E se  $\lambda_k \neq 0$ , as variáveis não têm raiz unitária. Para a maior correlação obtém-se o maior valor próprio,  $\lambda_1$ , para a segunda maior correlação obtém-se um valor próprio menor,  $\lambda_2 < \lambda_1$ , e por aí adiante.

Seguindamente, resolve-se o problema de valores próprios generalizado,

$$|\lambda S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{01}| = 0$$

com as matrizes de covariância da amostra,

$$S_{00} = \frac{1}{T-p} \sum \hat{u}_t \hat{u}_t', \quad S_{01} = \frac{1}{T-p} \sum \hat{u}_t \hat{v}_t', \quad S_{11} = \frac{1}{T-p} \sum \hat{v}_t \hat{v}_t'$$

Por último, estimam-se os parâmetros de ajustamento  $\alpha$  e  $\Gamma$ 's para

$$\Delta Y_t = \alpha \beta' Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.25)$$

E a função de máxima verossimilhança baseada nos  $n$  vetores cointegrantes é

$$L_{max}^{-2/T} \propto |S_{00}| \prod_{i=1}^n (1 - \hat{\lambda}_i)$$

A solução desta equação é dada por  $\tilde{\beta} = [v_1, \dots, v_n]' S_{11}^{-1/2}$  e  $\tilde{\alpha} = S_{01} \tilde{\beta} (\tilde{\beta}' S_{11} \tilde{\beta})^{-1/2}$ .  $\beta$  é denominado parâmetro consistente, isto porque, estimado de acordo com o estimador ML, converge à velocidade  $T$ , enquanto que os outros parâmetros convergem à velocidade  $\sqrt{T}$ .

2. Escolher o nível de cointegração para o modelo através do estudo do rácio de verossimilhança (LR – *Likelihood Ratio*);

Dos diversos estudos para determinar o nível de cointegração de um modelo VEC, o que apresenta menos falhas e se salienta por isso mesmo é o estudo do rácio de verossimilhança (LR), definido por Johansen (1995). Dependendo das particularidades das séries temporais em estudo, os outros testes podem devolver melhores resultados. No entanto, no âmbito geral, o teste LR é o mais consistente e utiliza a estimação ML para processos Gaussianos.

Considerando  $\Pi = \alpha\beta'$ , o nível de cointegração é escolhido de acordo com o seguinte teste de hipótese:

$$H_0(n_0): \text{rank}(\Pi) = n_0$$

$$H_1(n_0): \text{rank}(\Pi) > n_0$$

para  $n_0 = 0, \dots, K - 1$ .

Se a primeira hipótese nula,  $H_0(n_0 = 0)$ , não for rejeitada,  $n_0$  é escolhido como estimativa do verdadeiro nível de cointegração,  $n$ . Se todas as hipóteses nulas forem rejeitadas, de  $H_0(n_0 = 0)$  até  $H_0(n_0 = K - 1)$ , o processo é tratado como  $I(0)$  e os níveis de cointegração do modelo são especificados.

O cálculo da característica da matriz  $\Pi$  é efetuado através da análise dos valores próprios da matriz dada. O teste do traço e o teste do valor próprio máximo são os dois testes estatísticos de Johansen que procuram determinar se os valores próprios da matriz  $\Pi$  são significativamente diferentes de zero.

A estatística do valor próprio máximo testa a hipótese nula de existirem  $n$  vetores cointegrantes, contra a hipótese alternativa de existirem  $(n + 1)$  vetores cointegrantes.

A estatística do traço testa a hipótese nula da existência de pelo menos  $n$  vetores cointegrantes contra a hipótese alternativa de existir um número maior de vetores cointegrantes, isto é, algum dos valores próprios,  $\lambda_{n+1} \geq \lambda_{n+2} \geq \dots \geq \lambda_k$ , ser significativo.

### 3. Verificar a autocorrelação dos resíduos para validar o modelo.

O teste de autocorrelação dos resíduos utilizado no modelo VEC é o mesmo do modelo VAR, o teste LM. Apesar da hipótese nula ser a mesma, existe uma alteração na expressão. Para o VEC, a estatística é calculada segundo os seguintes modelos:

$$\hat{\varepsilon}_t = \alpha\hat{\beta}'Y_{t-1} + \Gamma_1\Delta Y_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1}\Delta Y_{t-p+1} + \omega_1\hat{\varepsilon}_{t-1} + \dots + \omega_m\hat{\varepsilon}_{t-m} + u_t^* \quad (2.26)$$

onde  $u_t^*$  é o termo auxiliar do erro.

Feita a apresentação dos modelos base, no capítulo seguinte estas ferramentas são aplicadas com o objetivo de estudar se os quatro mercados europeus convergem para o mesmo equilíbrio e em que condições.

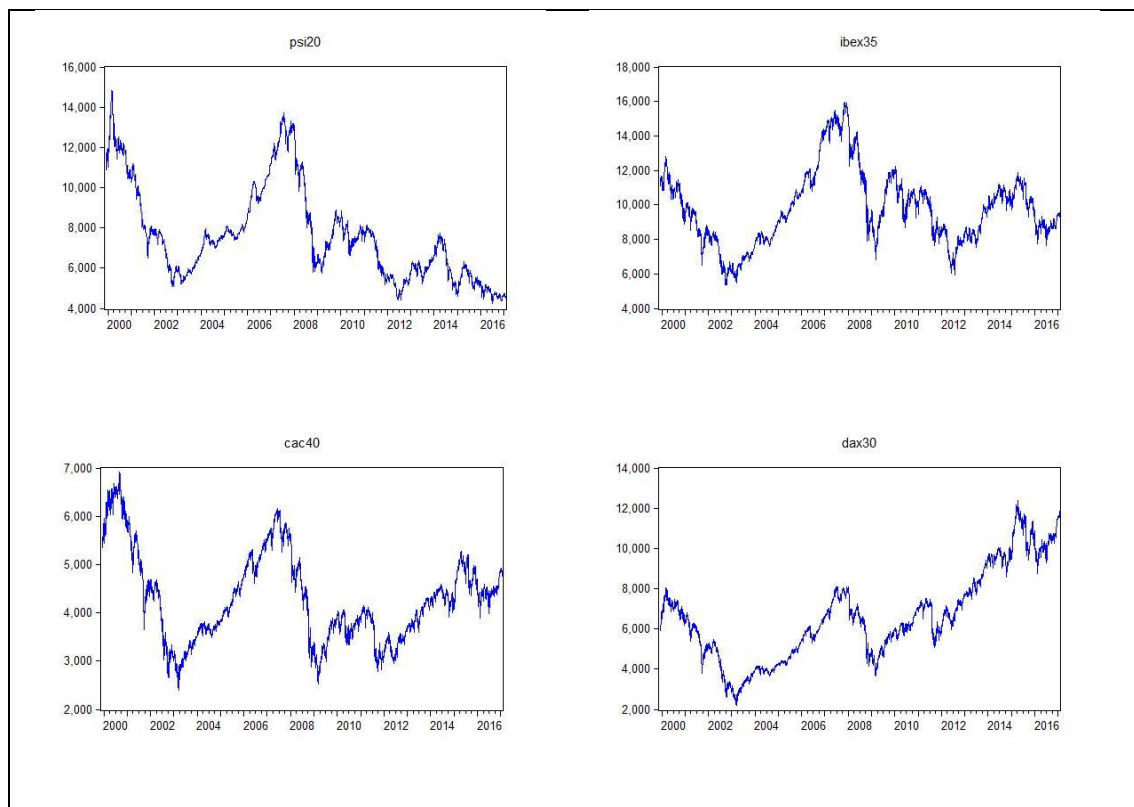
### 3. Dados e Análise Empírica

O presente capítulo trata o principal objetivo desta tese: investigar a existência de relações de cointegração entre quatro séries que representam os preços de fecho, em USD, dos índices bolsistas de Portugal (PSI 20), Espanha (IBEX 35), França (CAC 40) e Alemanha (DAX 30), em quatro períodos diferentes, entre 1999 e 2017.

Pretende-se investigar se a cointegração muda durante um período de crise financeira global. O período de tempo escolhido está dividido em quatro subperíodos, o período denominado “pré-crise” (1 de Dezembro de 1999 – 29 de Dezembro de 2006), o período de crise (1 de Janeiro de 2007 – 31 de Dezembro de 2009), o período “pós-crise” (1 de Janeiro de 2010 – 31 de Janeiro de 2017) e o período denominado “totalidade” que envolve todos os restantes períodos (1 de Dezembro de 1999 – 31 de Janeiro de 2017).

Os dados considerados são diários (5 dias/semana) e as séries foram retiradas da base de dados *DataStream*. Para o estudo econométrico dos dados é utilizado o *software Eviews*.

As séries temporais dos preços de cada um dos quatro índices bolsistas durante o período considerado estão representadas na Figura 3.1..



**Figura 3.1.** Evolução das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas em níveis

Todas as séries apresentadas na Figura 3.1. revelam movimentos irregulares, sem tendência linear global e padrões de sazonalidade. Pela análise visual dos gráficos da Figura 3.1.,

tem-se o intuito de concluir que as séries são não-estacionárias, para uma conclusão final aplicam-se os testes de raiz unitária mais adiante.

**Tabela 3.1.** Estatística descritiva das séries em níveis

Índice Bolsista	Período	Estatística Descritiva				
		Média	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose	Normalidade
<b>PSI 20</b>	Pré-Crise	8400,041	2107,831	0,675812	1,740441	145,8579
	Crise	9660,442	2502,592	0,023102	1,501933	73,38038
	Pós-Crise	6035,126	1094,338	0,472564	2,051362	138,0750
	Totalidade	7645,084	2331,604	0,883723	2,943037	583,7273
<b>IBEX 35</b>	Pré-Crise	9135,816	2014,458	0,324613	2,408257	59,41734
	Crise	12228,30	2438,425	-0,332101	1,851239	57,52004
	Pós-Crise	9450,625	1252,164	-0,282564	2,318213	60,38375
	Totalidade	9806,858	2150,319	0,589131	3,136852	262,6452
<b>CAC 40</b>	Pré-Crise	4478,547	1061,948	0,323530	2,134682	89,89449
	Crise	4470,943	1082,142	-0,032354	1,536676	70,08646
	Pós-Crise	4042,161	543,9664	-0,045385	2,346890	33,47892
	Totalidade	4297,207	915,1321	0,538192	2,658726	238,0130
<b>DAX 30</b>	Pré-Crise	4968,003	1344,301	0,188927	2,090466	74,69199
	Crise	6231,092	1216,460	-0,211658	1,835058	50,18536
	Pós-Crise	8418,690	1863,123	0,130276	1,752943	124,9741
	Totalidade	6612,452	2218,693	0,443295	2,531793	187,6482

Para todas as séries, *p-value* aproximadamente zero no teste de Jarque-Bera (significativo a um nível de 1%).

A Tabela 3.1.. contém as estatísticas descritivas de cada uma das séries consideradas. Observa-se assimetria positiva moderada em todos os períodos do índice PSI 20, nos períodos pré-crise e totalidade dos índices IBEX 35 e CAC 40 e nos períodos pré-crise, crise e totalidade do índice DAX 30. As restantes séries revelam assimetria negativa moderada. Observa-se também achatamento moderado (ou platicurtose) em todas as séries. Os resultados do teste Jarque-Bera apontam para uma rejeição da hipótese nula de uma distribuição normal, isto é, nenhuma série se parece ajustar a um processo de modelação por intermédio da distribuição normal.

**Tabela 3.2.** Resultados dos testes de raiz unitária para as séries em níveis

Série em níveis	Período	Teste de Raiz Unitária		
		ADF	KPSS	PP
<b>PSI 20</b>	Pré-Crise	-0,175767	1,607031	-0,142889
	Crise	-0,947316	2,658690	-0,914424
	Pós-Crise	-1,461951	2,745227	-1,457273
	Totalidade	-1,377853	2,810745	-1,342646
<b>IBEX 35</b>	Pré-Crise	0,604619	1,498935	0,653601
	Crise	-0,641842	2,392091	-0,679996
	Pós-Crise	-0,802186	0,595012	-0,810259
	Totalidade	-0,659881	0,710068	-0,634732
<b>CAC 40</b>	Pré-Crise	-0,210615	1,850447	-0,153790
	Crise	-1,148545	2,902087	-1,143125
	Pós-Crise	0,114964	3,586424	0,196533
	Totalidade	-0,636486	0,857758	-0,602001
<b>DAX 30</b>	Pré-Crise	-0,049288	1,747380	-0,022176
	Crise	-0,446382	2,396134	-0,447847
	Pós-Crise	0,979888	4,965581	1,014411
	Totalidade	0,695323	5,185430	0,763546

Para os testes ADF e PP, rejeita-se a hipótese nula para um nível de significância de 5%.

Para o teste KPSS, rejeita-se a hipótese nula para um nível de significância de 10% para o valor crítico 0,4630.

A Tabela 3.2. apresenta os resultados dos testes de raiz unitária, ADF, KPSS e PP. Confirma-se que todas as séries em níveis são não-estacionárias, como esperado pela Figura 3.1., isto porque não se rejeita a hipótese nula de que as séries têm raiz unitária.



**Tabela 3.3.** Resultados dos testes de raiz unitária para as séries em primeiras diferenças

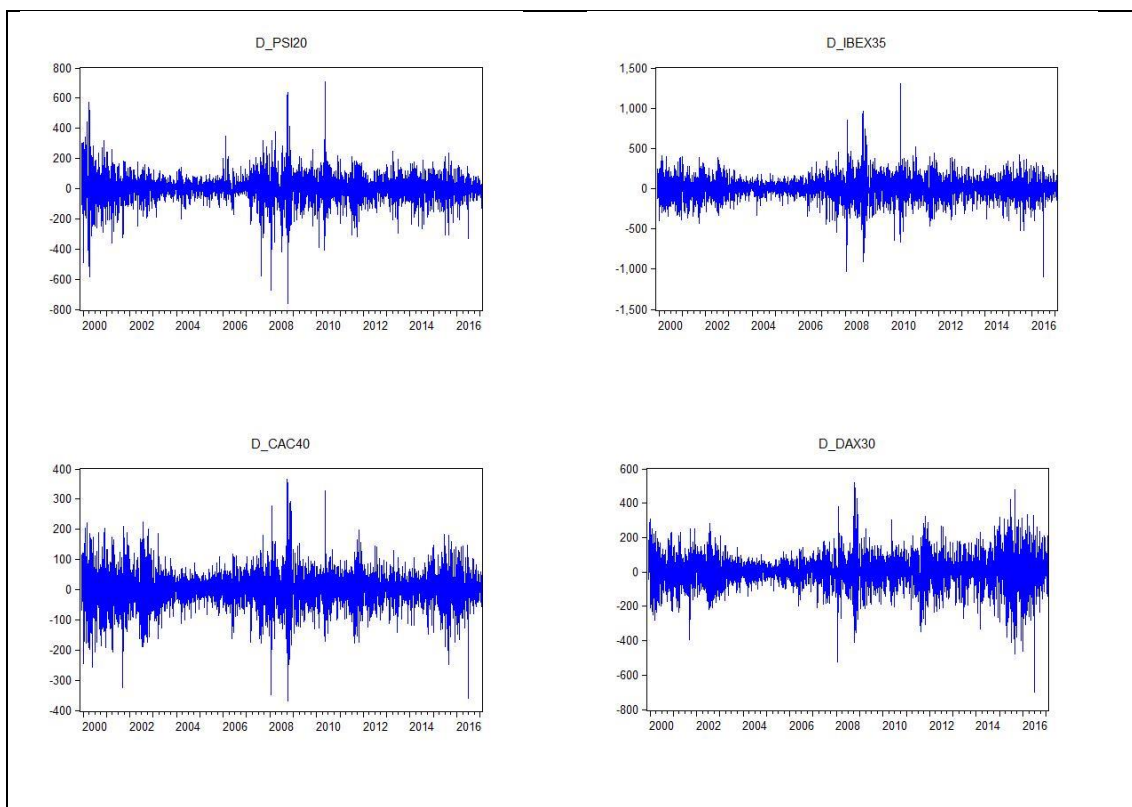
Série em primeiras diferenças	Período	Teste de Raiz Unitária		
		ADF	KPSS	PP
<b>PSI 20</b>	Pré-Crise	-39,44978*	0,677195	-39,48677*
	Crise	-27,45044*	0,269643**	-27,51306*
	Pós-Crise	-38,52849*	0,071328**	-38,33690*
	Totalidade	-62,32278*	0,092013**	-62,37996*
<b>IBEX 35</b>	Pré-Crise	-43,44497*	0,767834	-43,47974*
	Crise	-30,17526*	0,211390**	-30,44769*
	Pós-Crise	-40,65688*	0,105487**	-40,62453*
	Totalidade	-67,29766*	0,071807**	-67,65922*
<b>CAC 40</b>	Pré-Crise	-43,65477*	0,437344**	-44,25541*
	Crise	-30,94185*	0,192297**	-31,16842*
	Pós-Crise	-42,69686*	0,065942**	-43,01015*
	Totalidade	-69,01236*	0,119010**	-69,82971*
<b>DAX 30</b>	Pré-Crise	-44,07835*	0,411224**	-44,12047*
	Crise	-29,22048*	0,175018**	-29,23217*
	Pós-Crise	-41,74929*	0,035066**	-41,73617*
	Totalidade	-66,89562*	0,192085**	-66,94257*

\*Para os testes ADF e PP, rejeita-se a hipótese nula para um nível de significância de 5%.

\*\*Para o teste KPSS, rejeita-se a hipótese nula para um nível de significância de 10% para o valor crítico 0,4630.

Na Tabela 3.3., observa-se que, para os testes ADF e PP, todas as séries são estacionárias de primeira ordem, isto porque se rejeita a hipótese nula de que as séries têm raiz unitária. Já para o teste KPSS, todas as séries são estacionárias de primeira ordem, exceto as séries PSI 20 e IBEX 35 no período pré-crise. Estas duas últimas são estacionárias de segunda ordem, pelo teste KPSS.

O teste de raiz unitária considerado nos seguintes resultados é o teste ADF. Assim sendo, todas as séries são estacionárias de primeira ordem. Procede-se, então, ao estudo das primeiras diferenças das séries, que são ilustradas na Figura 3.2..



**Figura 3.2.** Evolução das cotações diárias de fecho dos índices bolsistas (em primeiras diferenças)

**Tabela 3.4.** Estatística descritiva das séries em primeiras diferenças

Índice Bolsista	Período	Estatística Descritiva				Normalidade
		Média	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose	
<b>PSI 20</b>	Pré-Crise	0,167629	85,40338	-0,279956	10,47212	4320,909
	Crise	-3,491379	124,5437	-0,463188	8,008996	846,5606
	Pós-Crise	-2,159621	80,51085	-0,102445	7,754395	1742,818
	Totalidade	-1,431784	91,59490	-0,336049	9,959627	9123,745
<b>IBEX 35</b>	Pré-Crise	1,657932	111,6292	-0,132004	4,369400	149,6806
	Crise	-2,818008	194,8200	-0,166670	6,834832	483,4063
	Pós-Crise	-1,421115	139,7271	-0,051082	9,993256	3764,499
	Totalidade	-0,394977	140,7715	-0,139642	9,088692	6933,151
<b>CAC 40</b>	Pré-Crise	0,086816	30,74932	-0,223438	4,853864	279,8597
	Crise	-2,050358	72,41027	-0,066976	6,893544	495,1701
	Pós-Crise	0,439940	51,86992	-0,232938	6,151029	780,8211
	Totalidade	-0,141217	59,55594	-0,192934	6,252486	2002,031
<b>DAX 30</b>	Pré-Crise	0,359004	73,25269	-0,118098	4,816349	258,1884
	Crise	-0,816718	97,47716	-0,061271	7,148060	561,8487
	Pós-Crise	3,019968	105,8575	-0,349411	5,613855	563,3804
	Totalidade	1,250607	92,15849	-0,244737	6,367571	2161,140

Para todas as séries, *p-value* igual a zero no teste de Jarque-Bera (significativo a um nível de 5%).

A Tabela 3.4. contém as estatísticas descritivas das primeiras diferenças de cada uma das séries consideradas. Observa-se assimetria negativa moderada e uma distribuição ligeiramente mais afunilada do que a distribuição normal (ou leptocurtose) em todas as séries. Os resultados do teste Jarque-Bera apontam para uma rejeição da hipótese nula de uma distribuição normal, isto é, nenhuma série se parece ajustar a um processo de modelação por intermédio da distribuição normal.

**Tabela 3.5.** Resultados do teste de cointegração por Engle e Granger (1987) entre séries duas a duas

Resíduos de duas séries em níveis		Cointegração			
		Pré-Crise	Crise	Pós-Crise	Totalidade
PSI 20	IBEX 35	0,1880	0,0047*	0,2748	0,1205
IBEX 35	PSI 20	0,3696	0,0027*	0,0277*	0,0187*
PSI 20	CAC 40	0,0021*	0,0037*	0,0136*	0,3044
CAC 40	PSI 20	0,0014*	0,0025*	0,0397*	0,0439*
PSI 20	DAX 30	0,0003*	0,0027*	0,0056*	0,0930
DAX 30	PSI 20	0,0003*	0,0018*	0,0696	0,3799
IBEX 35	CAC 40	0,8581	0,0599	0,0053*	0,0889
CAC 40	IBEX 35	0,4838	0,0711	0,1586	0,0861
IBEX 35	DAX 30	0,6730	0,0055*	0,0036*	0,0592
DAX 35	IBEX 35	0,3659	0,0066*	0,7064	0,8278
CAC 40	DAX 30	0,0001*	0,0091*	0,0007*	0,0482*
DAX 30	CAC 40	0,0001*	0,0105*	0,0023*	0,8074

Na Tabela 3.5., observa-se que, no período pré-crise, existe uma relação de cointegração entre o PSI 20 e o CAC 40, o PSI 20 e o DAX 30, bem como entre o CAC 40 e o DAX 30. Quer isto dizer que, no período pré-crise, estes índices têm o mesmo equilíbrio a longo prazo. No período de crise, apenas os mercados francês e espanhol não têm relação de cointegração, todos os restantes mercados tem o mesmo equilíbrio a longo prazo. No período pós-crise, os mercados alemão e francês têm o mesmo equilíbrio a longo prazo, os restantes mercados não estão cointegrados. No período total, não se verificam relações de equilíbrio de longo prazo entre qualquer índice.

Mais recente e, consequentemente, mais forte do que o teste de cointegração de Engle e Granger (1987) é a metodologia de Johansen (1988).

**Tabela 3.6.** Resultados do teste de cointegração de Johansen (1988) em grupos de duas séries

Grupos de duas séries em níveis		Cointegração			
		Pré-Crise	Crise	Pós-Crise	Totalidade
PSI 20	IBEX 35	Sim	Não	Não	Não
PSI 20	CAC 40	Sim	Não	Não	Não
PSI 20	DAX 30	Sim	Não	Não	Não
IBEX 35	CAC 40	Sim	Não	Não	Não
IBEX 35	DAX 30	Sim	Não	Não	Não
CAC 40	DAX 30	Não	Não	Não	Não

Na Tabela 3.6., verifica-se que apenas no período pré-crise existem relações de equilíbrio a longo prazo entre os mercados considerados, sendo que somente a relação entre o mercado francês e o mercado alemão não é de equilíbrio a longo prazo. Nos restantes períodos, não existem quaisquer relações de longo prazo, isto é, não existem relações de cointegração.

Na Tabela 3.7., consideram-se os quatro índices bolsistas de cada período como um grupo e aplica-se o teste de cointegração de Johansen (1988).

**Tabela 3.7.** Teste de cointegração de Johansen (1988) aplicado em grupos de quatro séries

	<b>Cointegração</b>			
	Pré-Crise	Crise	Pós-Crise	Totalidade
<b>Número de relações de cointegração</b>	1	0	0	0

Pelas Tabelas 3.6. e 3.7., verifica-se que existe pelo menos uma relação de cointegração no período pré-crise. Então, para este período, estima-se um modelo VEC. Nos restantes períodos, não existem relações de cointegração, então estima-se um modelo VAR para cada período.

O modelo VAR é estimado a partir das séries estacionárias, ou seja, são utilizadas as séries em primeiras diferenças. Já o VEC é estimado a partir das séries em níveis, não-estacionárias.

Na estimação dos modelos VAR e do VEC, o estudo da heteroscedasticidade dos resíduos, pelo teste *white*, revela heterocedasticidade em todos os resíduos. No entanto, assume-se que não é fundamental que os resíduos sejam homocedásticos de modo a dar continuidade ao estudo (para corrigir a heterocedasticidade podem ser aplicados modelos VAR-GARCH, mas está fora do âmbito desta tese).

A Tabela 3.8. mostra o número de lags ótimo de cada VAR e do VEC com base no critério de informação de *Hannan-Quinn*, bem como o número mínimo de lags para obter resíduos não-autocorrelacionados, calculado através do teste LM.

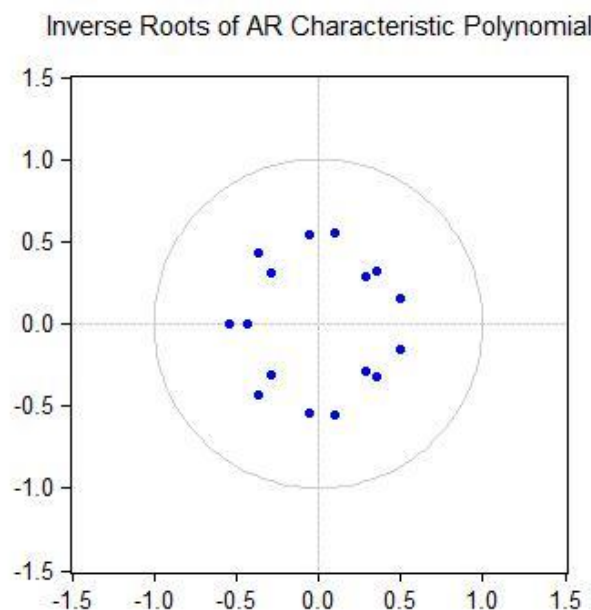
**Tabela 3.8.** Número de lags adequado ao modelo VAR de cada em dos quatro períodos

<b>Número de lags</b>	<b>VEC</b>	<b>VAR</b>		
	Pré-Crise	Crise	Pós-Crise	Totalidade
Calculado pelo critério de seleção Hannan-Quinn	2	2	1	2
Mínimo para obter resíduos não-autocorrelacionados	7	4	1	4

### 3.1. VAR das quatro séries no período de crise

As variáveis do modelo VAR no período de crise são definidas pelas primeiras diferenças das séries temporais PSI 20, IBEX 35, CAC 40 e DAX 30 no período de 1 de Janeiro de 2007 a 31 de Dezembro de 2009.

Pela Tabela 3.8., verifica-se que o número de *lags* ótimo para o sistema é 4. Consequentemente, é estimado um modelo VAR(4,4) – 4 variáveis e 4 *lags*. A estabilidade deste modelo é verificada pela Figura 3.3., dado que todas as raízes inversas do polinómio caraterístico estão no interior do círculo unitário.



**Figura 3.3.** Raízes inversas do polinómio caraterístico do modelo VAR(4,4)

Depois de validar o modelo VAR(4,4), faz-se uma análise da função impulso resposta para estudar as reações dos preços dos quatro países quando um deles sofre um choque.

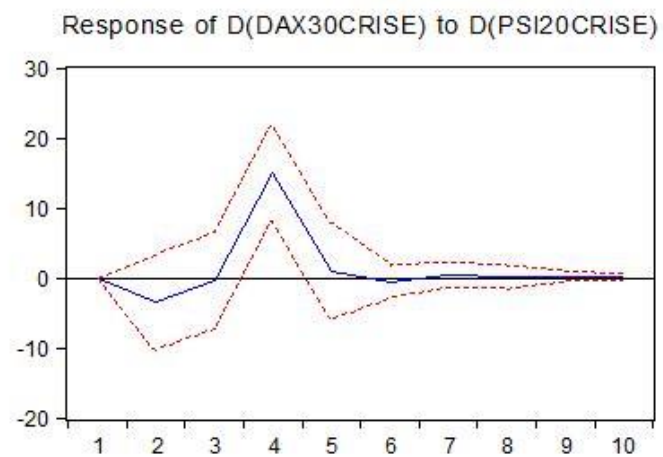
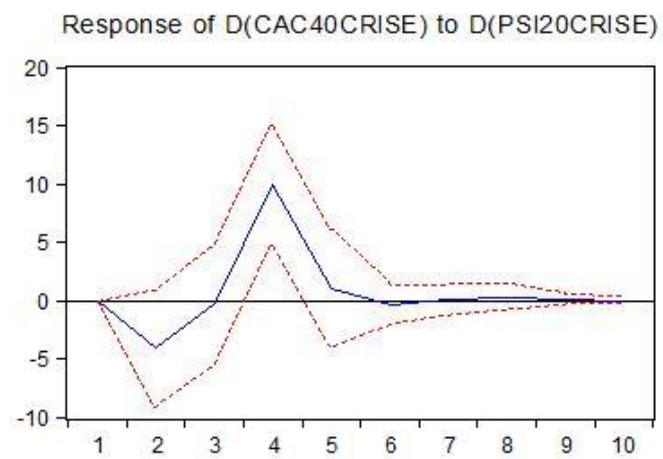
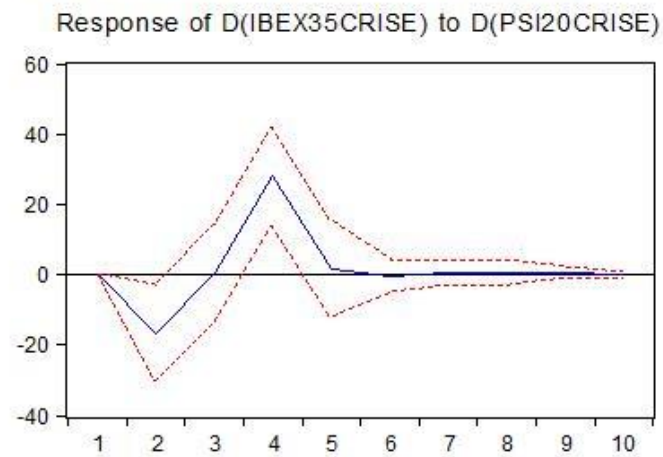
A Figura 3.4. mostra que, após um choque no índice português, os preços de fecho dos três países restantes têm comportamentos idênticos, com uma variação moderada ao choque, e todos eles demoram entre nove a dez dias a voltar ao equilíbrio.

A Figura 3.5. mostra que, após um choque no índice espanhol, o preço de fecho português reage com um aumento significativo ao choque, mas restabelece o equilíbrio ao fim de nove a dez dias. O preço de fecho francês e o alemão revelam uma variação moderada ao choque e também demoram entre nove a dez dias a restabelecer o equilíbrio.

A Figura 3.6. mostra que, após um choque no índice francês, os preços de fecho de Portugal e de Espanha reagem com um aumento significativo ao choque, mas restabelecem o equilíbrio ao fim de nove a dez dias.

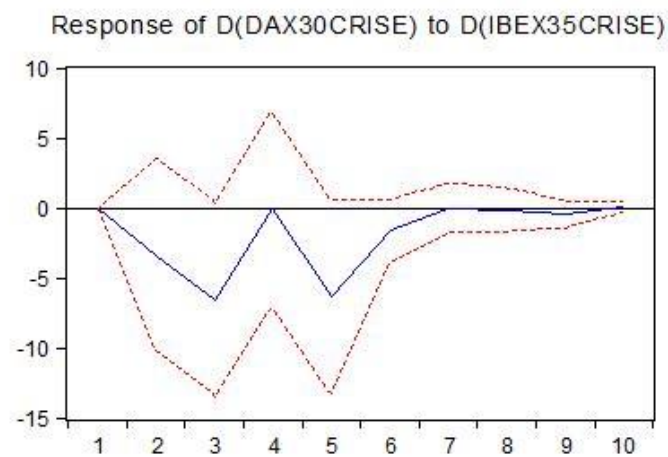
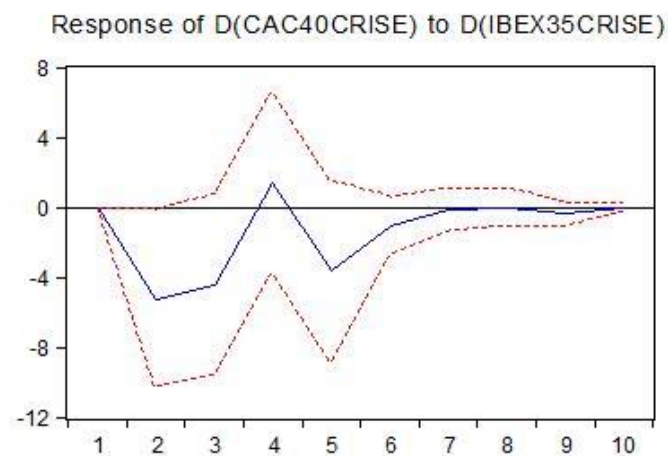
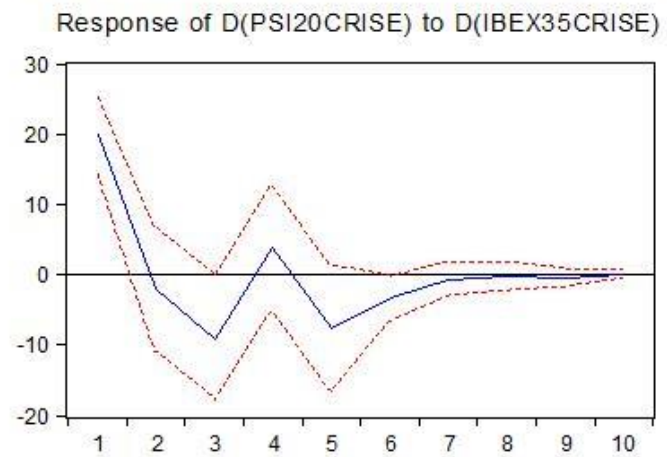
A Figura 3.7. mostra que, após um choque no índice alemão, os preços de fecho dos três países restantes têm comportamentos idênticos, reagem com um aumento significativo ao choque, e todos eles demoram entre nove a dez dias a voltar ao equilíbrio.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.



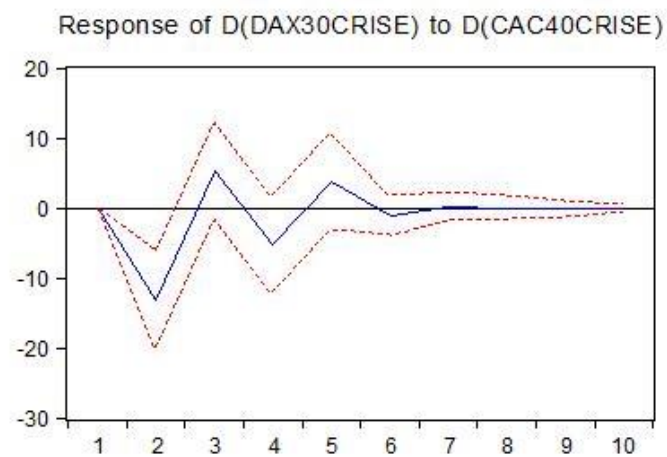
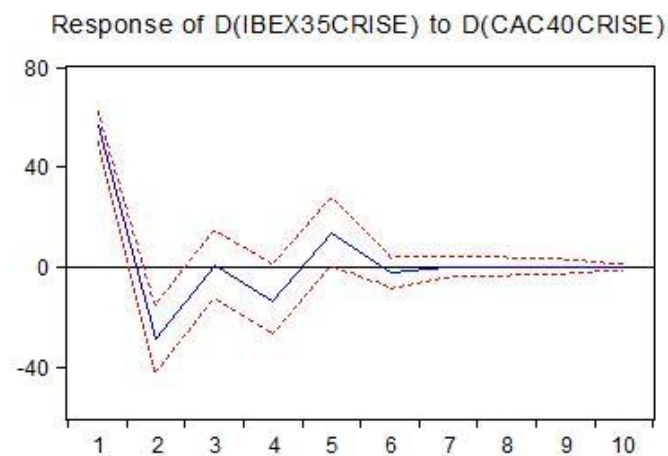
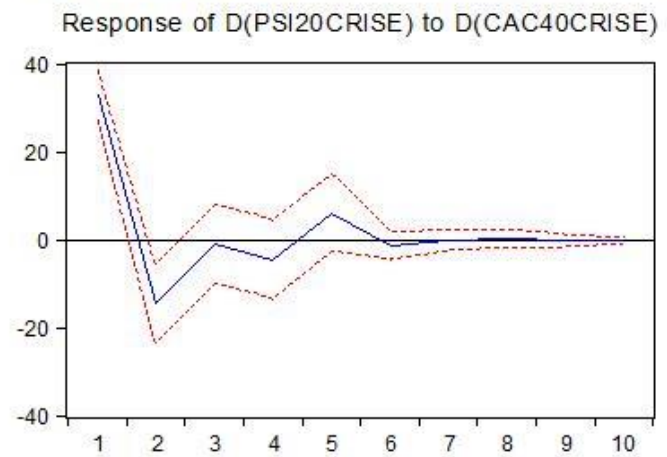
**Figura 3.4.** Resposta das restantes séries quando PSI 20 sofre um impulso.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.



**Figura 3.5.** Resposta das restantes séries quando IBEX 35 sofre um impulso.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.

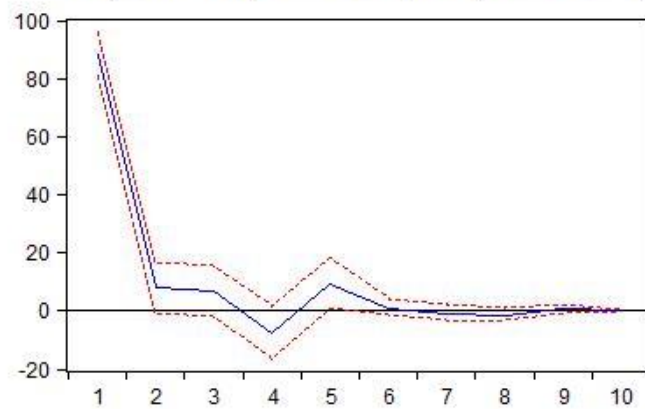


**Figura 3.6.** Resposta das restantes séries quando CAC 40 sofre um impulso.

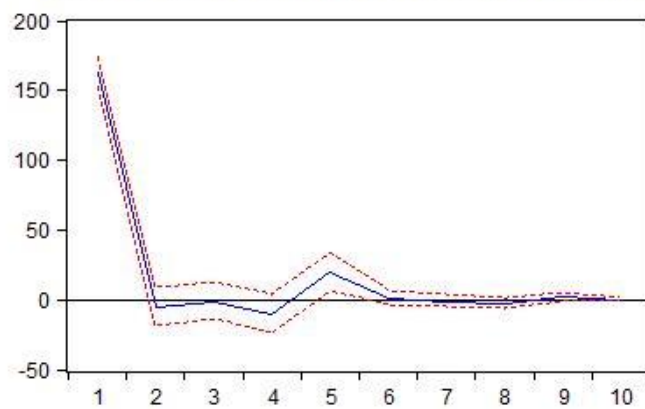


Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.

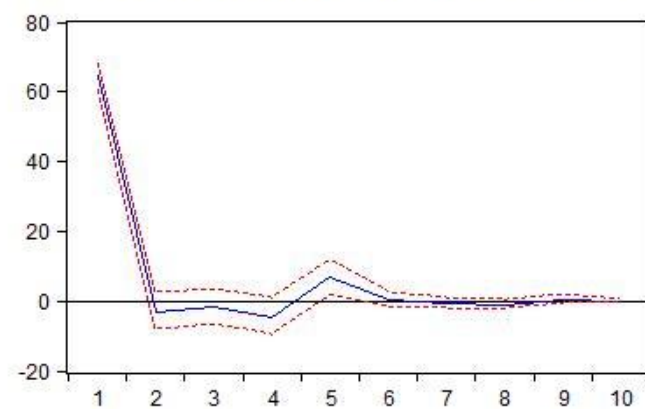
Response of D(PSI20CRISE) to D(DAX30CRISE)



Response of D(IBEX35CRISE) to D(DAX30CRISE)



Response of D(CAC40CRISE) to D(DAX30CRISE)

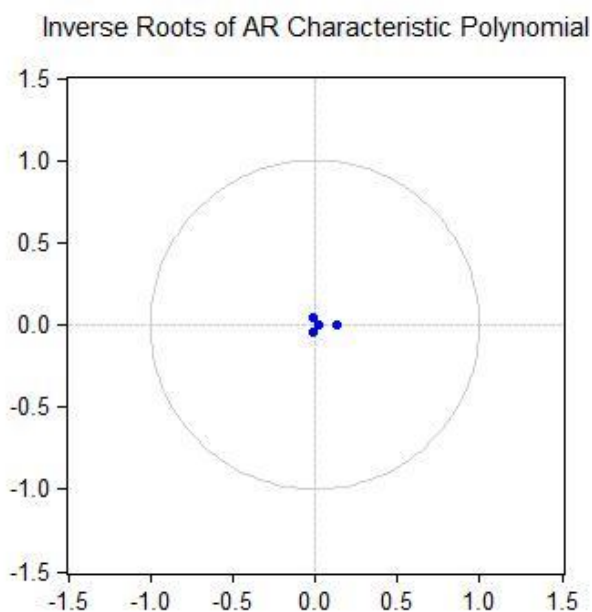


**Figura 3.7.** Resposta das restantes séries quando DAX 30 sofre um impulso.

### 3.2. VAR das quatro séries no período pós-crise

As variáveis do modelo VAR no período pós-crise são definidas pelas primeiras diferenças das séries temporais PSI 20, IBEX 35, CAC 40 e DAX 30 no período de 1 de Janeiro de 2010 a 31 de Janeiro de 2017.

Pela Tabela 3.8., verifica-se que o número de *lags* ótimo para o sistema é 1. Consequentemente, é estimado um modelo VAR(1,4) – 4 variáveis e 1 *lag*. A estabilidade deste modelo é verificada pela Figura 3.8., dado que todas as raízes inversas do polinómio caraterístico estão no interior do círculo unitário.



**Figura 3.8.** Raízes inversas do polinómio caraterístico do modelo VAR(1,4)

Depois de validar o modelo VAR(1,4), faz-se uma análise da função impulso resposta para estudar as reações dos preços dos quatro países quando um deles sofre um choque.

A Figura 3.9. mostra que, após um choque no índice bolsista português, os preços de fecho dos restantes países têm comportamentos idênticos, demoram entre quatro a cinco dias a voltar ao equilíbrio e o índice espanhol atinge um pico mais alto do que os restantes.

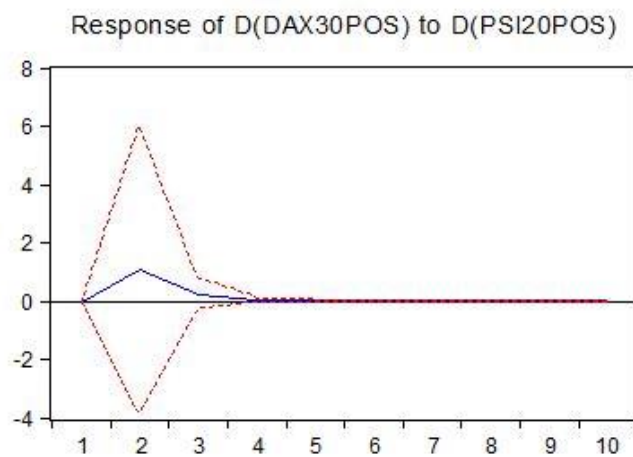
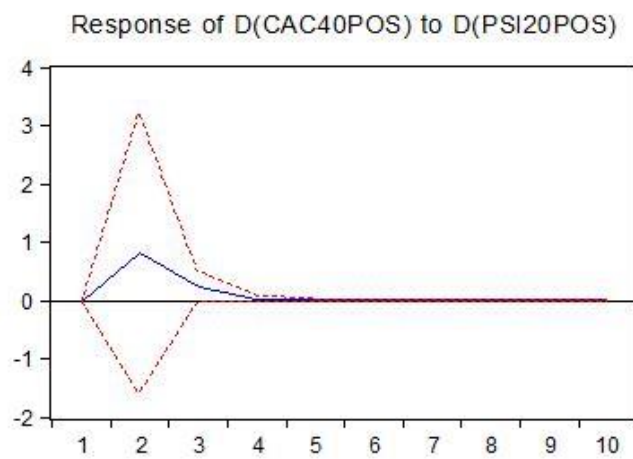
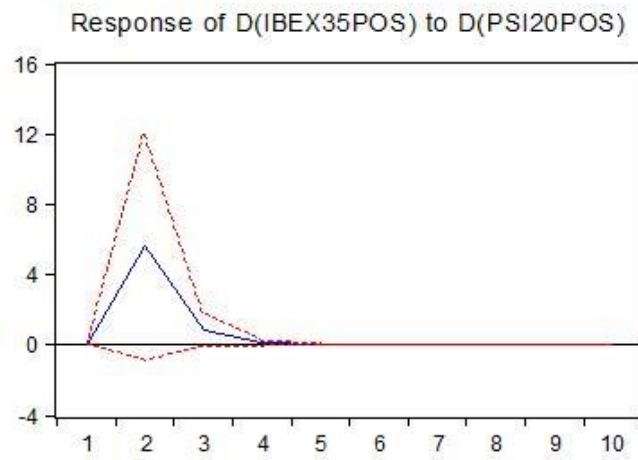
A Figura 3.10. mostra que, após um choque no índice bolsista espanhol, os preços de fecho da Alemanha e da França têm comportamentos idênticos e demoram entre quatro a cinco dias a voltar ao equilíbrio. O preço de fecho português reage com um aumento significativo ao choque, mas restabelece o equilíbrio ao fim de quatro a cinco dias.

A Figura 3.11. mostra que, após um choque no índice bolsista francês, os preços de fecho de Portugal, de Espanha e de França demoram cerca de cinco dias a voltar ao equilíbrio. O índice português e o índice espanhol reagem de forma idêntica, reage com um aumento significativo ao choque e os preços de Espanha atingem valores mais altos. O índice alemão tem um comportamento diferente, reage com uma variação moderada ao choque nos preços franceses.

A Figura 3.12. mostra que, após um choque no índice bolsista alemão, os preços de fecho dos restantes países têm comportamentos idênticos, reagem com um aumento significativo ao choque, mas restabelece o equilíbrio ao fim de quatro dias.

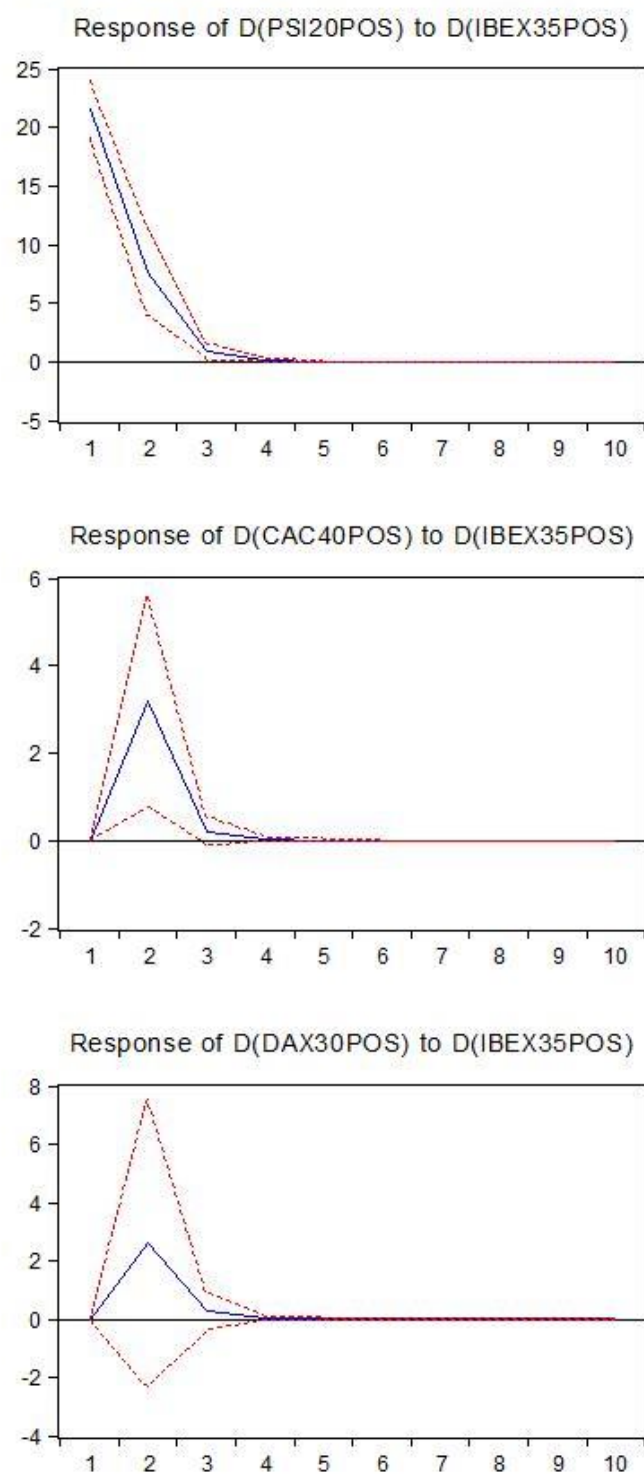
Neste período, os índices bolsistas tendem mais rapidamente para o equilíbrio (cerca de cinco dias), comparativamente ao período de crise (cerca de dez dias). Tal facto pode estar relacionado com o estado de recuperação dos países após a crise, devido a estratégias mais definidas. Depois da crise, Portugal, Espanha, França e Alemanha podiam já estar melhor preparados para choques exógenos que afetariam as suas cotações.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.



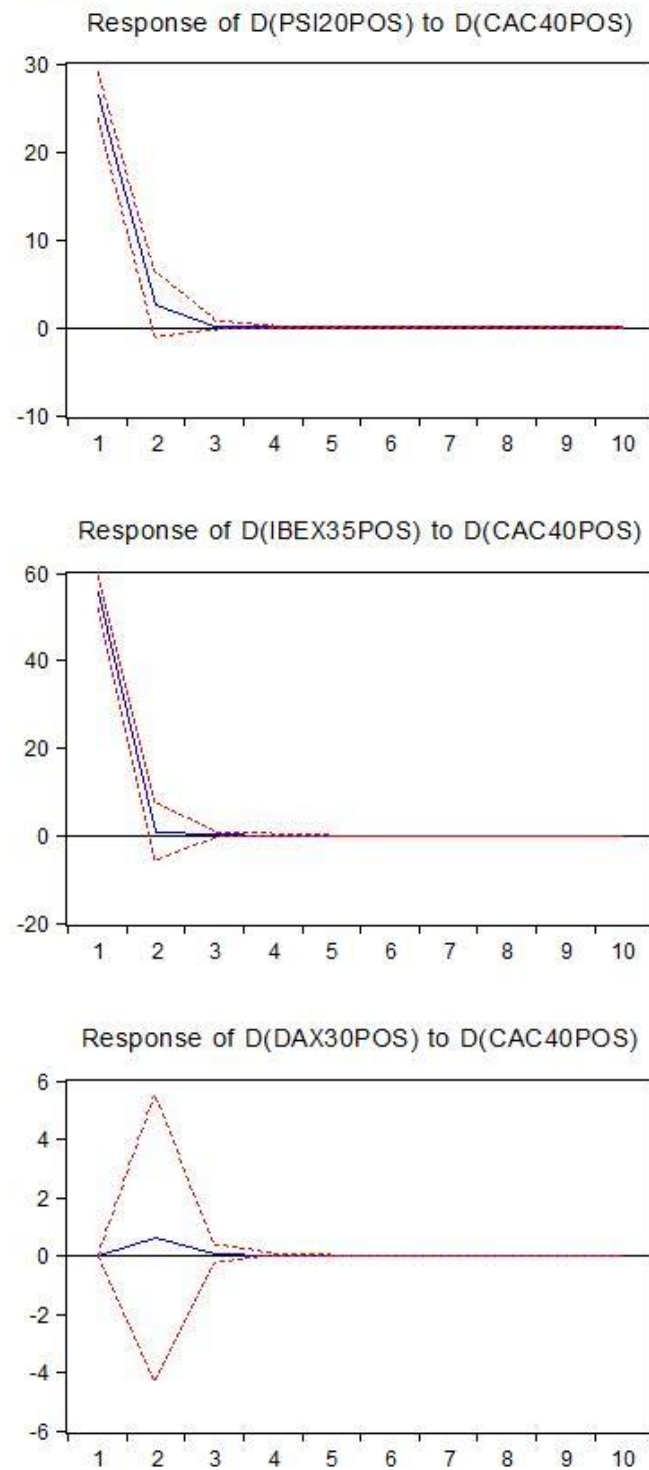
**Figura 3.9.** Resposta das restantes séries quando PSI 20 sofre um impulso.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.



**Figura 3.10.** Resposta das restantes séries quando IBEX 35 sofre um impulso.

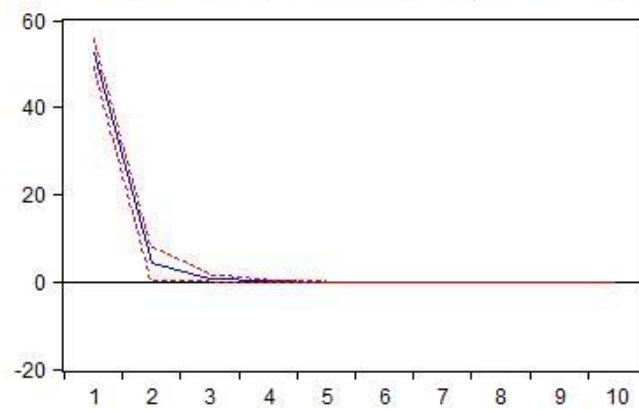
Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.



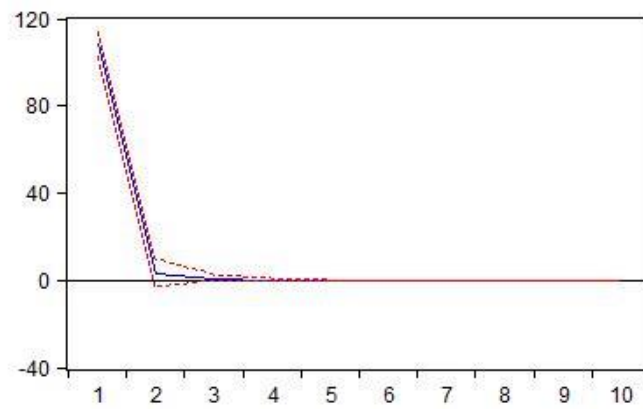
**Figura 3.11.** Resposta das restantes séries quando CAC 40 sofre um impulso.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.

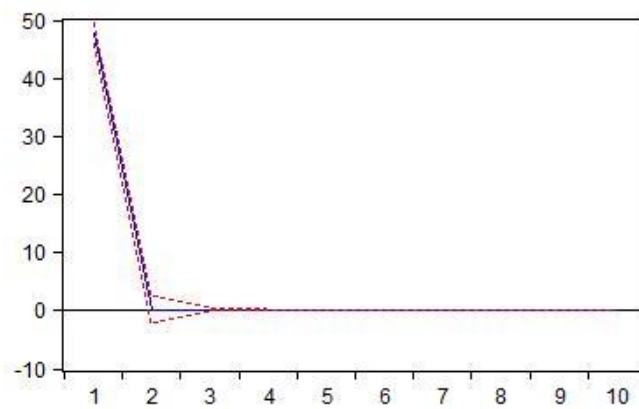
Response of D(PSI20POS) to D(DAX30POS)



Response of D(IBEX35POS) to D(DAX30POS)



Response of D(CAC40POS) to D(DAX30POS)

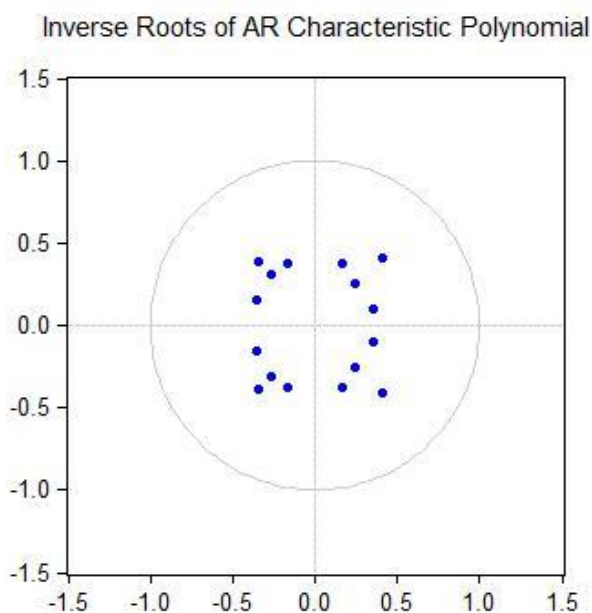


**Figura 3.12.** Resposta das restantes séries quando DAX 30 sofre um impulso.

### 3.3. VAR das quatro séries no período total

As variáveis do processo VAR no período total são definidas pelas primeiras diferenças das séries temporais PSI 20, IBEX 35, CAC 40 e DAX 30 no período de 1 de Dezembro de 1999 a 31 de Janeiro de 2017.

Pela Tabela 3.8., verifica-se que o número de *lags* ótimo para o sistema é 4. Consequentemente, é estimado um modelo VAR(4,4) – 4 variáveis e 4 *lags*. A estabilidade deste modelo é verificada pela Figura 3.13., dado que todas as raízes inversas do polinómio caraterístico estão no interior do círculo unitário.



**Figura 3.13.** Raízes inversas do polinómio caraterístico do modelo VAR(4,1)

A Figura 3.14. mostra que, após um choque no índice bolsista português, os preços de fecho dos restantes países têm comportamentos idênticos, com uma variação moderada ao choque, e demoram cerca de dez dias a voltar ao equilíbrio.

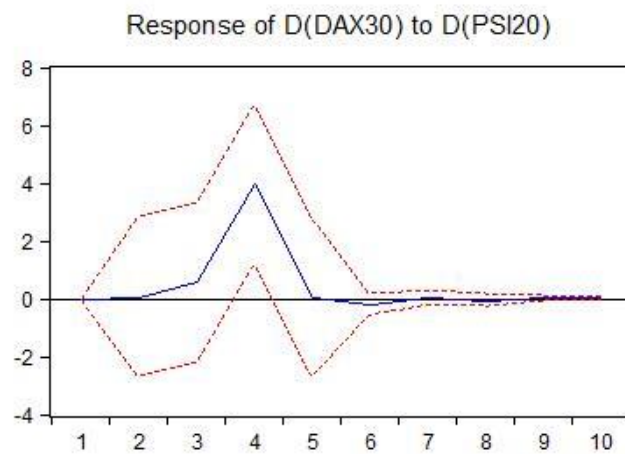
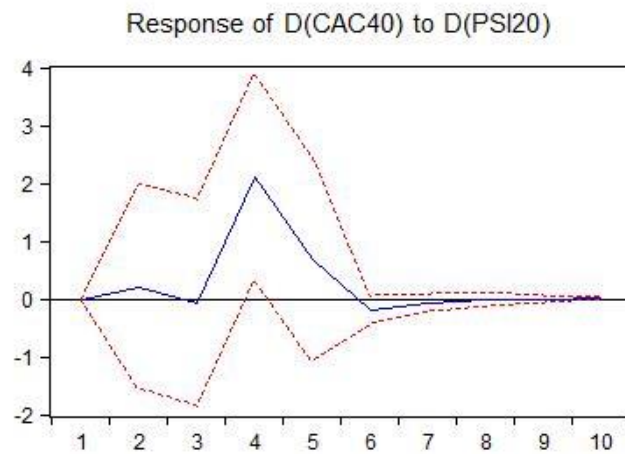
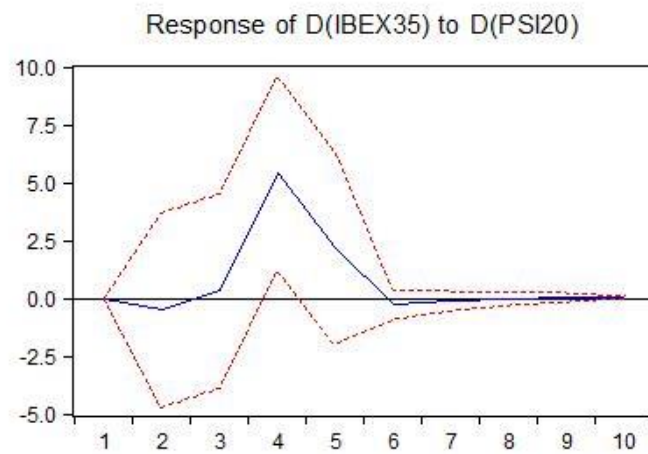
A Figura 3.15. mostra que, após um choque no índice bolsista espanhol, os preços de fecho dos restantes países demoram dez dias a voltar ao equilíbrio. O índice português reage com um aumento significativo ao choque, enquanto os índices alemão e francês têm comportamentos idênticos, com uma variação moderada ao choque.

A Figura 3.16. mostra que, após um choque no índice bolsista francês, os preços de fecho de Portugal e de Espanha reagem com um aumento significativo ao choque, mas restabelecem o equilíbrio ao fim de nove a dez dias. O índice bolsista alemão revela uma variação moderada ao choque e também demoram entre nove a dez dias a restabelecer o equilíbrio.

A Figura 3.17. mostra que, após um choque no índice bolsista alemão, os preços de fecho dos restantes países têm comportamentos idênticos, reagem com um aumento significativo ao choque, e demoram cerca de dez dias a voltar ao equilíbrio.

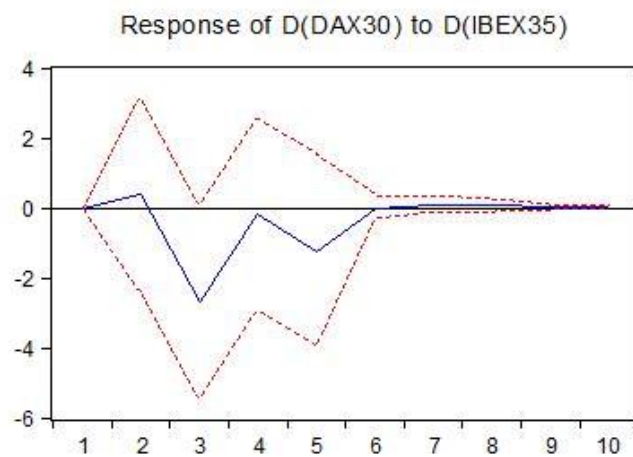
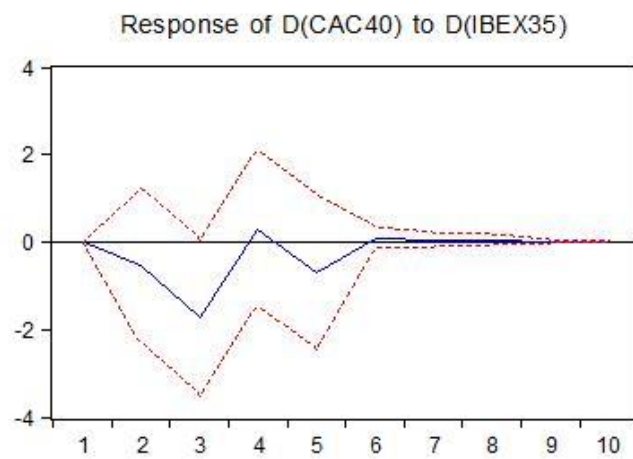
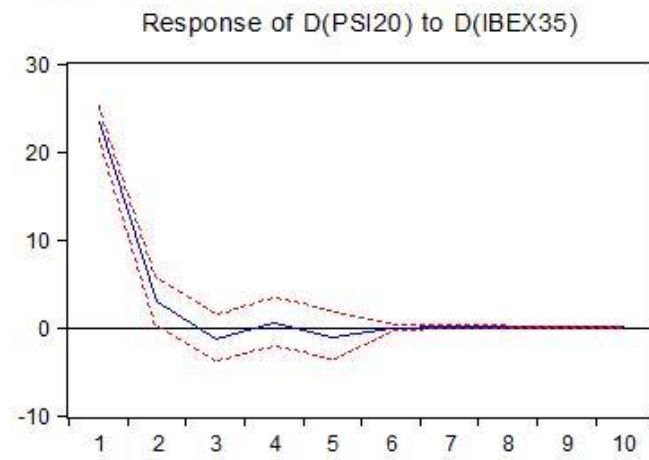


Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.



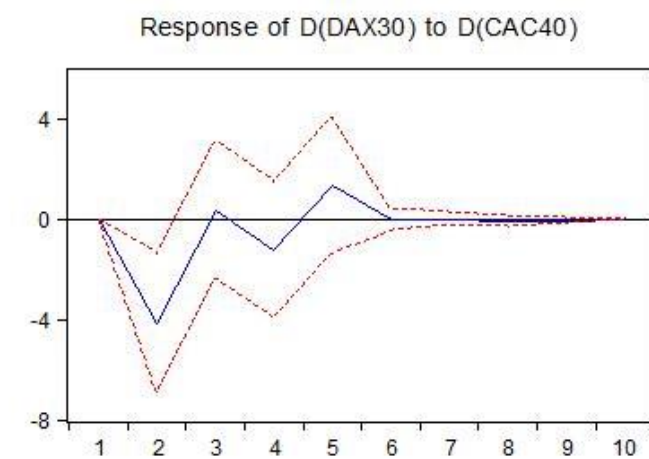
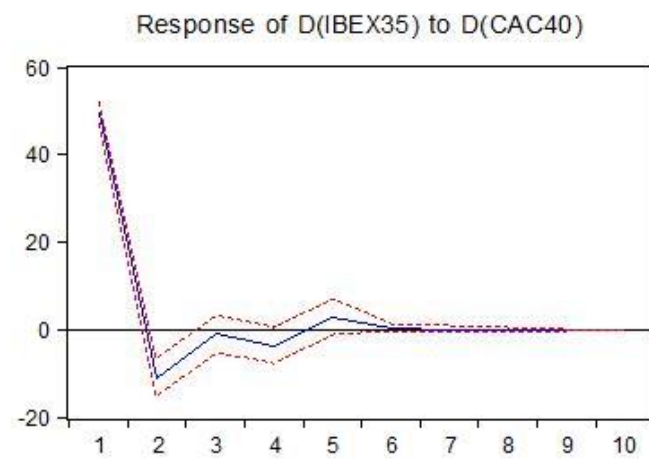
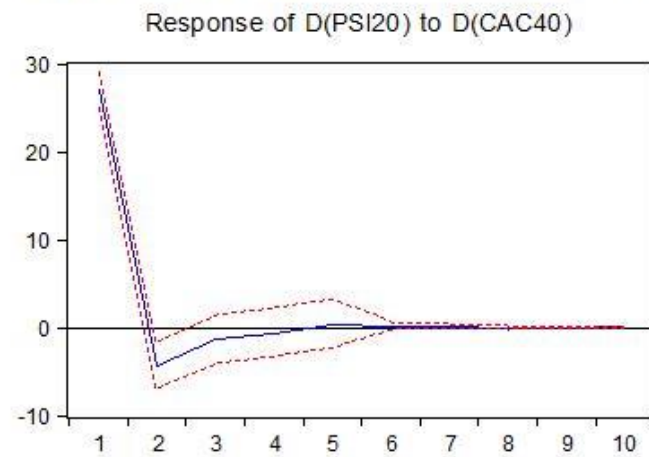
**Figura 3.14.** Resposta das restantes séries quando PSI 20 sofre um impulso.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.



**Figura 3.15.** Resposta das restantes séries quando IBEX 35 sofre um impulso.

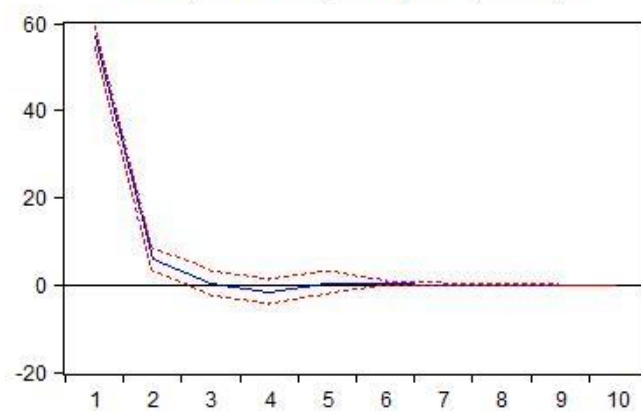
Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.



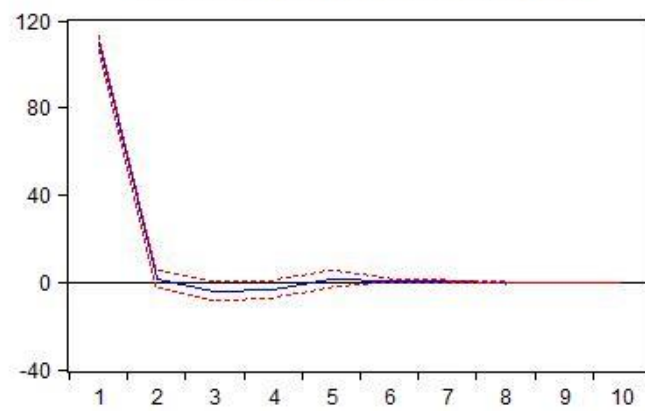
**Figura 3.16.** Resposta das restantes séries quando CAC 40 sofre um impulso.

Response to Cholesky One S.D. Innovations  $\pm 2$  S.E.

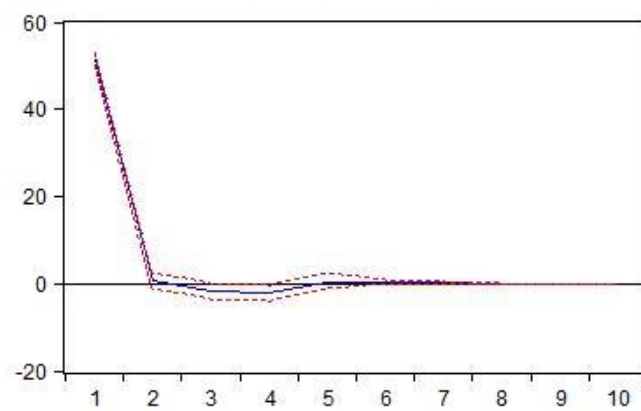
Response of D(PSI20) to D(DAX30)



Response of D(IBEX35) to D(DAX30)



Response of D(CAC40) to D(DAX30)



**Figura 3.17.** Resposta das restantes séries quando DAX 30 sofre um impulso.

Nos gráficos da IRF, a resposta de cada índice ao impulso é traçada a azul. A vermelho é representado o grau de confiança da função.

Da análise dos gráficos da IRF dos modelos VAR, pode concluir-se que o índice bolsista em estudo que mais influência tem nos três índices bolsistas restantes é o índice bolsista alemão. Assim sendo, no estudo do modelo VEC considera-se a série do índice bolsista alemão, DAX 30, a série líder.

### 3.4. VEC das quatro séries no período pré-crise

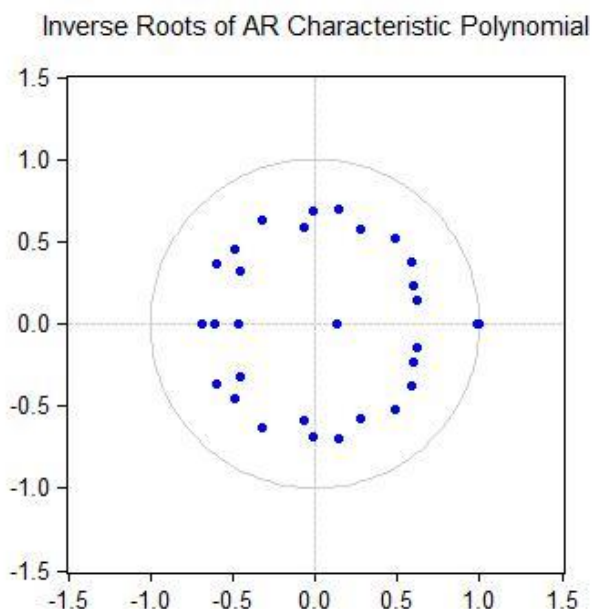
Segundo o teste de cointegração de Johansen, com resultado na Tabela 3.9., existe 1 vetor de cointegração no período pré-crise, isto é, existe uma relação a longo prazo entre as quatro variáveis analisadas neste período, sendo o modelo normalizado definido por:

$$DAX30 = -0.600442 * CAC40 - 0.097545 * IBEX35 - 0.256878 * PSI20 + 768.2293 \quad (3.1)$$

Pela equação do modelo verifica-se que os coeficientes das variáveis CAC 40, IBEX 35 e PSI 20 são bastante pequenos. Isto significa que, a curto prazo, existe um ajustamento mais lento na convergência para o estado de equilíbrio. Uma vantagem dos modelos VEC é a propriedade de corrigir rapidamente qualquer desequilíbrio, que neste caso não se verifica.

Pelo critério de informação de Akaike, pode verificar-se que o modelo óptimo para o VEC a estimar será com termo constante e tendência nos dados.

Pela Tabela 3.10., verifica-se que o número de lags ótimo para o modelo é 7. A estabilidade deste modelo é verificada pela Figura 3.18., dado que todas as raízes inversas do polinómio caraterístico estão no interior do círculo unitário.



**Figura 3.18.** Raízes inversas do polinómio caraterístico do modelo VEC(4)

**Tabela 3.9.** Causalidade de Granger

<b>Variável dependente</b>	<b>Variáveis</b>			
	PSI 20	IBEX 35	CAC 40	DAX 30
PSI 20		0,6493	0,0003*	0,0000*
IBEX 35	0,1310		0,0000*	0,0000*
CAC 40	0,0877	0,0289*		0,0000*
DAX 35	0,9529	0,8713	0,1230	

\*Estatisticamente significativo a um nível de 5%.

Para uma probabilidade inferior a 5%, rejeita-se a hipótese nula de que a variável explicativa causa, no sentido de Granger, a variável dependente. Isto é, mudanças na variável explicativa devem preceder temporalmente mudanças na variável dependente.

Assim sendo, pela Tabela 3.9., verifica-se que o índice bolsista alemão (DAX 30) causa, no sentido de Granger, todos os restantes índices bolsistas. O índice francês (CAC 40) causa, no sentido de Granger, os índices português e espanhol, respetivamente. O índice espanhol (IBEX 35) causa, no sentido de Granger, o índice francês. Enquanto o índice bolsista português (PSI 20) não causa, no sentido de Granger, nenhum dos restantes índices.

A cointegração nada diz acerca da direção de causalidade entre séries. No entanto, os resultados do estudo de causalidade e de cointegração neste período demonstra uma possibilidade de ligação. O teste de causalidade de Granger, no período pré-crise, revela que o índice bolsista alemão influencia o comportamento dos restantes índices. Isto é, tem-se uma situação onde existe uma série líder e um conjunto de séries seguidoras. Assim como os testes de cointegração com resultados nas tabelas 3.5. e 3.6. revelam que o índice alemão é o índice bolsista em estudo que mantém mais relações de cointegração com os restantes.

## Conclusões Finais

Ao longo do terceiro capítulo foram ensaiadas diferentes metodologias com diferentes pressupostos. A realidade onde os mercados financeiros se encontram inseridos parece complexa. De forma a ilustrar os diferentes factos estilizados que caracterizam o comportamento das cotações dos seus ativos, foi testada a hipótese gaussiana, empregando-se os coeficientes de assimetria e de curtose, quer para as distribuições das séries cronológicas dos índices estabelecidos em níveis, quer para séries cronológicas dos índices estabelecidos em primeiras diferenças.

Conforme descrito no Capítulo 4, os quatro índices bolsistas estabelecidos em níveis apresentam assimetria negativa moderada e platicurtose no período de pré-crise e no período total. Quando estabelecidos em primeiras diferenças, os índices apresentam assimetria negativa moderada e leptocurtose nos quatro períodos. Facto que se torna incompatível com a hipótese dos preços de fecho seguirem uma distribuição normal.

Relativamente à estacionariedade das séries em níveis constata-se que o seu comportamento é não-estacionário (contém uma raiz unitária). Enquanto as séries dos índices bolsistas em primeiras diferenças são estacionárias de primeira ordem. Tal facto vem possibilitar a tentativa de se efetuar um estudo da existência de vetores cointegrantes entre essas séries cronológicas.

Do Capítulo 3 também se retira que antes da crise de 2008, os índices bolsistas português, francês e alemão têm, dois a dois, o mesmo equilíbrio a longo prazo, segundo o estudo da cointegração por Engle e Granger (1987). No período da crise de 2008, apenas os índices espanhol e francês não estão cointegrados entre si. No período após a crise de 2008, apenas os índices francês e alemão têm o mesmo equilíbrio a longo prazo.

De forma a estudar a existência de um índice bolsista cujo comportamento influencie os restantes índices, foram aplicados modelos de cointegração seguindo a abordagem de Johansen (1991). Contudo, os resultados parecem evidenciar de certa forma conclusões divergentes, tendo em conta o período e o país em causa. Existe pelo menos uma relação de cointegração no período que antecede a crise e nos restantes períodos não existem relações de cointegração.

O facto dos gráficos da função impulso resposta, no período total, revelarem que todos os índices demoram o mesmo número de dias a voltar ao equilíbrio indica algum grau de sincronização entre as séries, sem que, no entanto, convirjam para o mesmo equilíbrio a longo prazo.

Também no Capítulo 3, verifica-se que os choques ocorridos no mercado português pouco ou nada se refletem nos restantes mercados em estudo. O índice bolsista português é o único que evidencia a ocorrência de um choque no índice espanhol. Quando o índice francês sofre um choque, os índices que refletem esse choque são o português e o espanhol. Todos os índices sofrem com os choques ocorridos no índice alemão. Isto acontece de igual forma nos três períodos em estudo no modelo VAR (períodos de crise, pós-crise e totalidade). Nos períodos de crise e no período total os índices bolsistas demoram cerca de dez dias a voltar ao equilíbrio e no período pós-crise os índices demoram cerca de cinco dias a voltar ao equilíbrio.

Os choques mais recentes ocorridos no mercado português necessitam de um maior período de tempo até que o seu efeito seja completamente diluído, este facto parece indicar que o

mercado português exibe um menor nível de eficiência face aos restantes mercados, devido entre outros fatores à diferença da dimensão dos mercados e também à sua maturidade.

Procede-se à averiguação da existência de vestígios de causalidade entre as respetivas séries cronológicas de forma a encontrar novas perspetivas que expliquem o comportamento dos diferentes índices bolsistas em análise nesta dissertação. Esta abordagem foi realizada no final do Capítulo 3 e revela que mudanças no índice bolsista alemão (DAX 30) devem preceder temporalmente mudanças nos restantes índices bolsistas, no período que precede a crise de 2008.

Assim sendo, entende-se que, em qualquer um dos períodos em estudo, o mercado alemão se revela um líder que influencia o comportamento dos mercados português, espanhol e francês. Tal facto é evidente antes da crise de 2008, sendo que, durante e depois da crise, se torna mais difícil de constatar.



## Referências Bibliográficas

- [1] Bernanke, B. S., Blinder, A. S., 1992, The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission. *The American Economic Review*, Volume 82, Issue 4 (Sep., 1992), 901-921.
- [2] Boer, P., Franses, P. H., Heij, C., Kloek, T., van Dijk, H.K., 2004, *Econometric Methods with Applications in Business and Economics* (Oxford University Press).
- [3] Cavalcanti, M. A. F. H., 2010, *Economia Aplicada*, v. 14, n. 2, 251-260.
- [4] Cheung, Y-W., e L.K. Ng, 1998, International evidence on the stock market and aggregate economic activity, *Journal of Empirical Finance* 5, 281-296.
- [5] Dickey, D. A., Fuller, W. A., 1979, Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of the American Statistical Association* 74, 427-431.
- [6] Engle, R. F., Granger, C. W. J., 1987, Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing, *Econometrica* 55, 251-276.
- [7] Ferreira, N., 2005, Não linearidades e cointegração de índices bolsistas internacionais, Escola de Gestão – ISCTE.
- [8] Fonseca, J. S., 2008, The Co-integration of European Stock Markets after the Launch of the Euro, *Panoeconomicus*, Palgrave, issn 1452-595X.
- [9] Granger, C. W. J., Huang, B., Yang, C. W., 1998, A Bivariate Causality between Stock Prices and Exchange, *UCSD Economics Discussion Paper* 98-09
- [10] Granger, C., 1969, Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods, *Econometrica*, Vol. 37, No. 3, 424-438
- [11] Granger, C. W. J., 1981, Some properties of time series data and their use in econometric model specification, *Journal of Econometrics* 16, 121-130.
- [12] Hellstrand, A., Korobova, E., 2010, Cointegration and Causality in International Stock Markets, Stockholm School of Economics.
- [13] Hendry, D. F., Morgan, M. S., 1995, *The Foundations of Econometric Analysis* (Cambridge University Press).
- [14] Huwart, J., Verdier, L., 2013, Economic Globalisation: Origins and consequences, OECD Publishing, Paris.
- [15] Johansen, S., 1995, *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models* (New York: Oxford University Press).
- [16] Johansen, S., 1988, Statistical analysis of cointegration vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control* 12, 231-254.
- [17] Juselius, K., 2006, *The Cointegrated VAR Model: Methodology and Applications* (Oxford University Press).
- [18] Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., Shin, Y., 1992, Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root, *Journal of Econometrics* 54, 159-178.

- [19] Mills, T. C., e R. N. Markellos, 2008, *The Econometric Modelling of Financial Time Series* (Cambridge University Press).
- [20] Neusser, K., 2016, *Time Series Econometric*, Springer International.
- [21] Phillips, P. C. B., Perron, P., 1988, Testing for a unit root in time series analysis, *Biometrika* 75, 335-346.
- [22] Phillips, P. C., 1987, Time series regression with a unit root, *Econometrica* 55:277–301.
- [23] Roser, E. O. M., 2016, International Trade, published online at OurWorldInData.org. Retrieved from: <https://ourworldindata.org/international-trade> [Online Resource].
- [24] Sims, C.A., 1972, Money, Income and Causality, *American Economic Review* 62, 540 552.
- [25] Sims, C. A., 1980a, Comparison of Interwar and Postwar Business Cycles: Moneterism Reconsidered, *American Economic Review*, 70, 250-257.
- [26] Sims, C. A., 1980b, Macroeconomics and Reality, *Econometrica*, 48, 1-48.
- [27] World Trade Organization, 2015, International Trade Statistics 2015, available online at [www.wto.org/stats](http://www.wto.org/stats).